

Αρχιτεκτονική Υπολογιστών

Κεφάλαιο 3

Ασκήσεις

Άσκηση 1 - Υπερχείλιση

- Υποθέστε ότι οι A και B είναι προσημασμένοι αριθμοί των 8-bit (2's complement). Υπολογίστε το A+B και πείτε εάν υπάρχει υπερχείλιση (overflow) ή ανεπάρκεια (underflow)

a. $A = 69, B = 90$

b. $A = -125, B = -4$

■

a.

$$\begin{array}{r} 01000101 \quad 69 \\ + 01011010 \quad 90 \\ \hline 10011111 \quad -97 \\ (\text{overflow}) \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 10000011 \quad -125 \\ + 11111100 \quad -4 \\ \hline 01111111 \quad 127 \\ (\text{underflow}) \end{array}$$

Άσκηση 2 - Κορεσμός

- Υποθέστε ότι οι A και B είναι προσημασμένοι αριθμοί των 8-bit (2's complement). Υπολογίστε το A+B με τη χρήση της αριθμητικής κορεσμού (saturation)

- A = 69, B = 90
- A = -125, B = -4

■

a.

$$\begin{array}{r}
 01000101 \quad 69 \\
 + 01011010 \quad 90 \\
 \hline
 \textcolor{red}{10011111} \quad -97 \\
 01111111 \quad (127) \\
 (\text{saturation})
 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r}
 10000011 \quad -125 \\
 \textcolor{red}{11111100} \quad -4 \\
 \hline
 \textcolor{red}{01111111} \quad 127 \\
 10000000 \quad -128 \\
 (\text{saturation})
 \end{array}$$

Αριθμητική για υπολογιστές — 3

Άσκηση 3

- Γράψτε ένα πρόγραμμα assembly MIPS που εκτελεί πολλαπλασιασμό απρόσημων ακεραίων με ολισθήσεις και προσθέσεις
- Παράδειγμα: $9 \times 6 = (2 \times 2 \times 2 + 1) \times 6$
 - Υπολογισμός του $\$4 * \5 και το αποτέλεσμα στον $\$2$.
 - # \$4 = multiplicand, \$5 = multiplier

```

add $2, $0, $0          # initialize product to zero

Loop: beq $5, $0, Exit  # if multiplier is 0, terminate loop
      andi $3, $5, 1    # mask out the 0th bit in multiplier
      beq $3, $0, Shift  # if the bit is 0, skip add
      addu $2, $2, $4     # add (shifted) multiplicand to product
Shift: sll $4, $4, 1      # shift up the multiplicand 1 bit
      srl $5, $5, 1      # shift down the multiplier 1 bit
      j Loop             # go for next bit in multiplier
Exit:   .               # finished.
    
```

Αριθμητική για υπολογιστές — 4

Άσκηση 4

- Γράψτε τη δυαδική αναπαράσταση του δεκαδικού αριθμού -938,8125 στην αναπαράσταση IEEE 754 (α) απλής ακρίβειας και (β) διπλής ακρίβειας
- $938.8125 = 1110101010.1101$
κανονικοποίηση: $1.1101010101101 \times 2^9$
- (α) $\text{sign} = 1$, $\text{exp} = 127 + 9 = 136$
 $1\ 10001000\ 110101010110100000000000$
- (β) $\text{sign} = 1$, $\text{exp} = 1023 + 9 = 1032$
 $1\ 10000001000\ 110101010110100000000000\dots0$

Αριθμητική για υπολογιστές — 5

Άσκηση 5

- Ποιος δεκαδικός αριθμός αναπαριστάνεται από τον αριθμό κινητής υποδιαστολής σε μορφή IEEE 754 απλής ακρίβειας
- $1\ 01111101\ 00100000000000000000000000000000$
- $$\begin{aligned}
 &= (-1) * (2^{(125-127)}) * (1.001) \\
 &= (-1) * (0.25) * (1.125) \\
 &= -0.28125
 \end{aligned}$$

Αριθμητική για υπολογιστές — 6

Άσκηση 6

- Δείξτε εάν ισχύει η ιδιότητα της προσεταιριστικότητας στην πρόσθεση αριθμών κινητής υποδιαστολής (για τους παρακάτω αριθμούς)
- $A = -1.6360 \times 10^4$, $B = 1.6360 \times 10^4$, $C = 1.0 \times 10^0$
- Θεωρήστε την αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής που χρησιμοποιεί η NVIDIA: sign = 1 bit, exponent = 5 bit (excess-16), fraction = 10 bit

■ $(A + B) + C$
 $(-1.6360 \times 10^4 + 1.6360 \times 10^4) + 1.0 \times 10^0$

$$\begin{array}{r} -1.6360 \times 10^4 = -1111111101000 = -1.1111111101000 \times 2^{13} \\ 1.6360 \times 10^4 = 1111111101000 = 1.1111111101000 \times 2^{13} \\ 1.0 \times 10^0 = 1.0000000000 \times 2^0 \end{array}$$

(A)	-1.1111111101
(B)	+1.1111111101

(A+B)	0.0000000000
(C)	+1.0000000000

(A+B)+C	1.0000000000 = 0100000000000000 = 1

Αριθμητική για υπολογιστές — 7

Άσκηση 6 (συν.)

- Δείξτε εάν ισχύει η ιδιότητα της προσεταιριστικότητας στην πρόσθεση αριθμών κινητής υποδιαστολής (για τους παρακάτω αριθμούς)
- $A = -1.6360 \times 10^4$, $B = 1.6360 \times 10^4$, $C = 1.0 \times 10^0$
- Θεωρήστε την αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής που χρησιμοποιεί η NVIDIA: sign = 1 bit, exponent = 5 bit (excess-16), fraction = 10 bit

■ $A + (B + C)$
 $-1.6360 \times 10^4 + (1.6360 \times 10^4 + 1.0 \times 10^0)$

$$\begin{array}{r} -1.6360 \times 10^4 = -1111111101000 = -1.1111111101000 \times 2^{13} \\ 1.6360 \times 10^4 = 1111111101000 = 1.1111111101000 \times 2^{13} \\ 1.0 \times 10^0 = 1.0000000000 \times 2^0 \end{array}$$

(B)	+1.1111111101
(C)	+0.0000000000 001

(B+C)	1.1111111101
(A)	-1.1111111101

A+(B+C)	0.0000000000 = 0000000000000000 = 0

Αριθμητική για υπολογιστές — 8