



Τμήμα Πληροφορικής
Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Λογική Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων

Σύγχρονη Ακολουθιακή Λογική (Synchronous Sequential Logic)

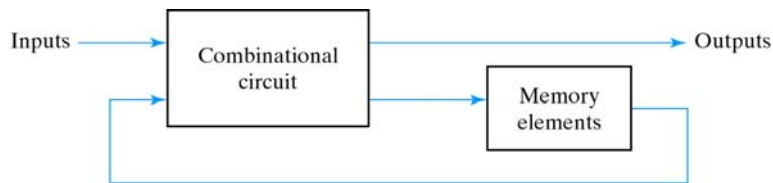
Μιχάλης Ψαράκης

Ακολουθιακά κυκλώματα

- Συνδυαστικά κυκλώματα (Combinational circuits)
 - Ότι μελετήσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια
 - Η τιμή των εξόδων εξαρτάται **μόνο** από την τιμή των εισόδων
- Ακολουθιακά κυκλώματα (Sequential circuits)
 - Τα περισσότερα ψηφιακά συστήματα
 - Περιλαμβάνουν **στοιχεία μνήμης (memory elements)**
 - Η τιμή των εξόδων **δεν** εξαρτάται μόνο από την τιμή των εισόδων αλλά και από την τιμή των στοιχείων μνήμης
 - Ορίζονται από μια **χρονική ακολουθία** εισόδων, εξόδων και εσωτερικών καταστάσεων

Ακολουθιακά κυκλώματα

- Συνδυαστικό κύκλωμα
 - Μαζί με τα στοιχεία μνήμης σχηματίζουν **βρόχο ανάδρασης (feedback loop)**
- Στοιχεία μνήμης
 - Διατάξεις που αποθηκεύουν προσωρινά δυαδικές πληροφορίες
 - Ορίζουν την **κατάσταση (state)** του κυκλώματος
- Οι έξοδοι και η επόμενη κατάσταση
 - συναρτήσεις των εισόδων και της παρούσας κατάστασης



Τύποι ακολουθιακών κυκλωμάτων

- Σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα (synchronous sequential circuit):
 - Η συμπεριφορά του εξαρτάται από την τιμή των σημάτων του (είσοδοι, εσωτερική κατάσταση) σε **διακριτές χρονικές στιγμές**
 - Η αλλαγή της εσωτερικής κατάστασης γίνεται σε διακριτές χρονικές στιγμές
- Ασύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα (asynchronous sequential circuit):
 - Η συμπεριφορά του εξαρτάται από τα σήματα εισόδου τη **συγκεκριμένη χρονική στιγμή** και τη **σειρά** με την οποία αλλάζουν
 - Η αλλαγή της εσωτερικής κατάστασης συμβαίνει όταν υπάρχει **αλλαγή στις εισόδους**
 - Μπορεί να θεωρηθεί ως συνδυαστικό κύκλωμα με **ανάδραση**
 - Δυσκολίες στη σχεδίαση λόγω των προβλημάτων που προκύπτουν από την ανάδραση (ασταθή κυκλώματα)

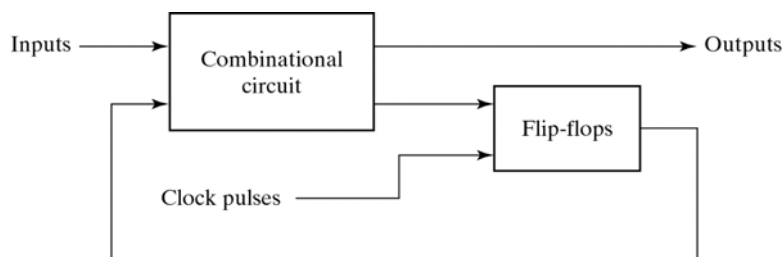
Γεννήτρια ρολογιού (clock generator)

- Παράγει μια περιοδική σειρά παλμών ρολογιού (clock pulses)
- Επιτυγχάνει το **συγχρονισμό** του κυκλώματος
 - Οι παλμοί του ρολογιού μοιράζονται μέσα στο σύστημα
 - Τα στοιχεία μνήμης επηρεάζονται μόνο κατά την άφιξη κάθε παλμού



Σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα με ρολόι

- Χρησιμοποιούν παλμούς ρολογιού στις εισόδους των στοιχείων μνήμης
- Χρησιμοποιούνται πιο συχνά
- Δεν παρουσιάζουν προβλήματα αστάθειας
- Στοιχεία μνήμης: **flip-flops**
 - Δυαδική διάταξη αποθήκευσης ενός bit πληροφορίας

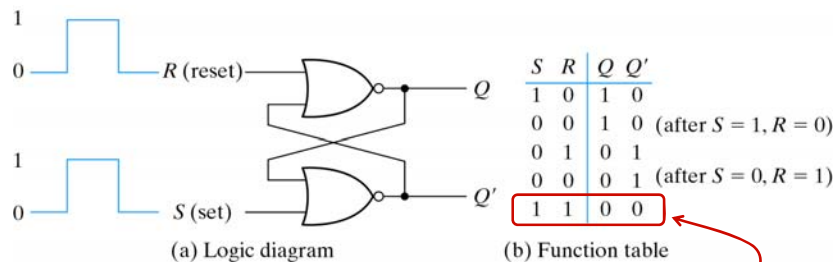


Μανδαλωτές (latches)

- Διαφορετικοί τύποι flip-flop
 - Ανάλογα με τον αριθμό των εισόδων και τον τρόπο που επηρεάζουν τη δυαδική τους κατάσταση
- Μανδαλωτές (latches)
 - Οι πιο στοιχειώδεις τύποι flip-flop
 - Λειτουργούν με **επίπεδα σημάτων**
 - Δεν χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα στα σύγχρονα ακολουθιακά κυκλώματα

Μανδαλωτής τύπου SR

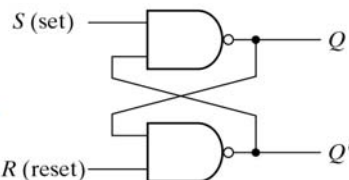
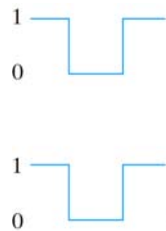
- Μανδαλωτής SR (Set/Reset) με πύλες NOR (ΟΥΤΕ)



- Απροσδιόριστη κατάσταση
 - Παραβιάζεται η συνθήκη ότι οι δύο έξοδοι είναι συμπληρωματικές
 - Τί θα γίνει όταν και δύο εισοδοι επιστρέψουν στο 0;

Μανδαλωτής τύπου SR

Μανδαλωτής SR με πύλες NAND (OXI-KAI)



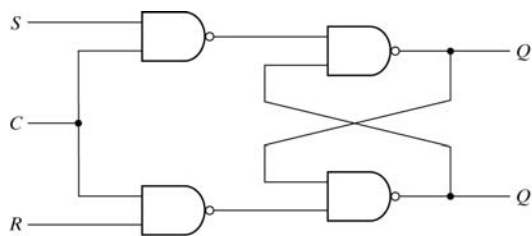
S	R	Q	Q'	
1	0	0	1	
1	1	0	1	(after S = 1, R = 0)
0	1	1	0	
1	1	1	0	(after S = 0, R = 1)
0	0	1	1	

(a) Logic diagram

(b) Function table

Μανδαλωτής τύπου SR

Μανδαλωτής SR με σήμα ελέγχου (Control)



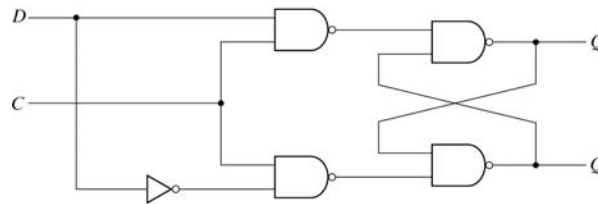
(a) Logic diagram

C	S	R	Next state of Q
0	X	X	No change
1	0	0	No change
1	0	1	Q = 0; Reset state
1	1	0	Q = 1; set state
1	1	1	Indeterminate

(b) Function table

Μανδαλωτής τύπου D(ata)

- Για να εξαλείψουμε την απροσδιόριστη κατάσταση



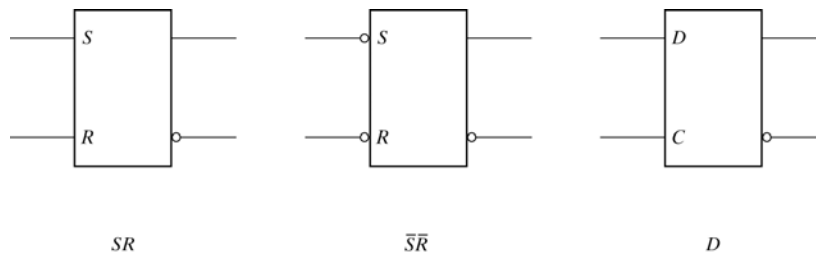
(a) Logic diagram

C	D	Next state of Q
0	X	No change
1	0	Q = 0; Reset state
1	1	Q = 1; Set state

(b) Function table

- Όταν ενεργοποιηθεί η είσοδος ελέγχου, η είσοδος δεδομένων (D) μεταφέρεται στην έξοδο (Q)

Σχηματικά σύμβολα των μανδαλωτών



SR

$\bar{S}\bar{R}$

D

Πυροδότηση (trigger)

- Μια αλλαγή στο σήμα ελέγχου πυροδοτεί (προκαλεί την αλλαγή κατάστασης) το μανδαλωτή
- Ο μανδαλωτής αποκρίνεται σε αλλαγές του επιπέδου (level) του παλμού του ρολογιού
 - Η καταστάσεις των μανδαλωτών μεταβάλλονται όσο ο παλμός του ρολογιού παραμένει σε ενεργό επίπεδο
 - Αυτό μπορεί να προκαλέσει αστάθεια
- Λύση για τη σωστή λειτουργία των flip-flop:
 - Το flip-flop πυροδοτείται μόνο κατά τη διάρκεια της μετάβασης (αλλαγής επιπέδου) του ρολογιού
 - Ακμοπυροδότητο flip-flop (edge-triggered flip-flop)

Απόκριση μανδαλωτών και flip-flop



(a) Response to positive level



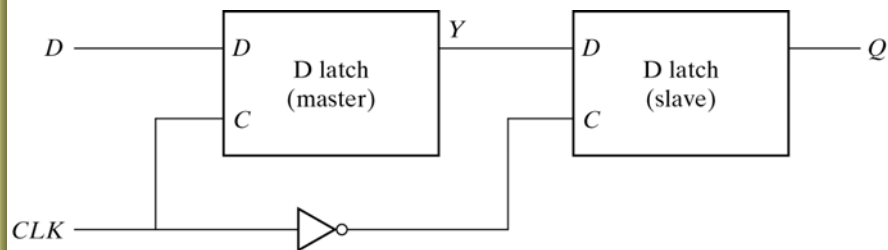
(b) Positive-edge response



(c) Negative-edge response

Ακμοπυροδότητο D flip-flop

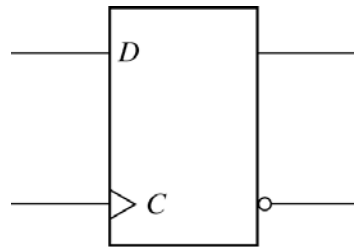
- D flip-flop αφέντη/σκλάβου (master/slave)
 - Χρήση δύο μανδαλωτών D (αφέντη & σκλάβου)
 - Απόκριση στην αρνητική ακμή του ρολογιού



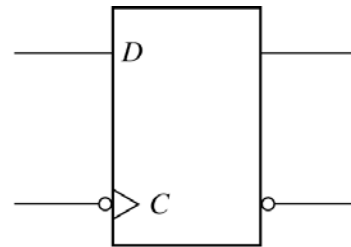
Χρονικές παραμέτροι των flip-flop

- Χρόνος προετοιμασίας (setup time):
 - Ελάχιστο χρονικό διάστημα πριν από τη μετάβαση του ρολογιού, κατά το οποίο η είσοδος D πρέπει να παραμείνει σε σταθερή τιμή
- Χρόνος κρατήματος (hold time):
 - Ελάχιστο χρονικό διάστημα μετά από τη μετάβαση του ρολογιού, κατά το οποίο η είσοδος D δεν πρέπει να αλλάξει
- Χρόνος καθυστέρησης διάδοσης (propagation delay):
 - Χρονικό διάστημα μεταξύ της ακμής πυροδότησης και της σταθεροποίησης της εξόδου στην νέα κατάσταση
- Προσδιορίζονται στα βιβλία δεδομένων (databooks) των κατασκευαστών

Σχηματικά σύμβολα των flip-flop

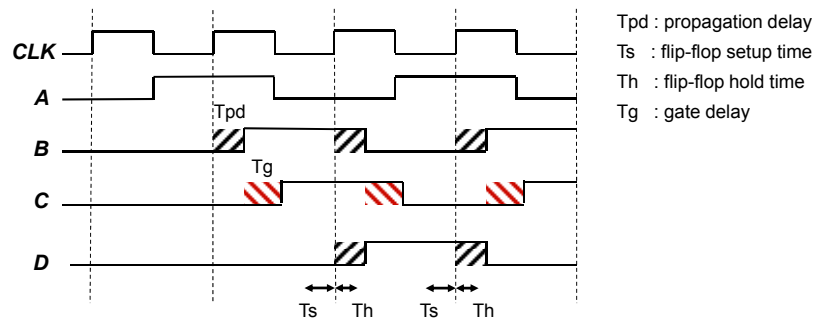
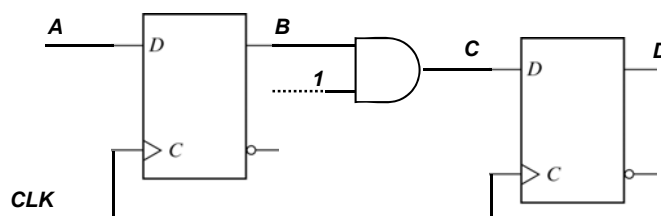


(a) Positive-edge

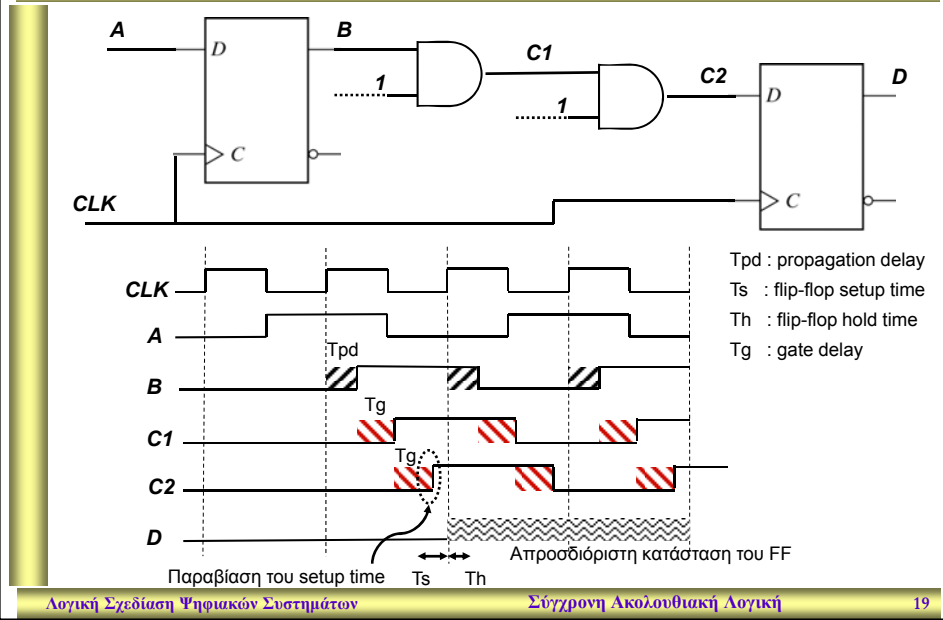


(a) Negative-edge

Παράδειγμα λειτουργίας (1)



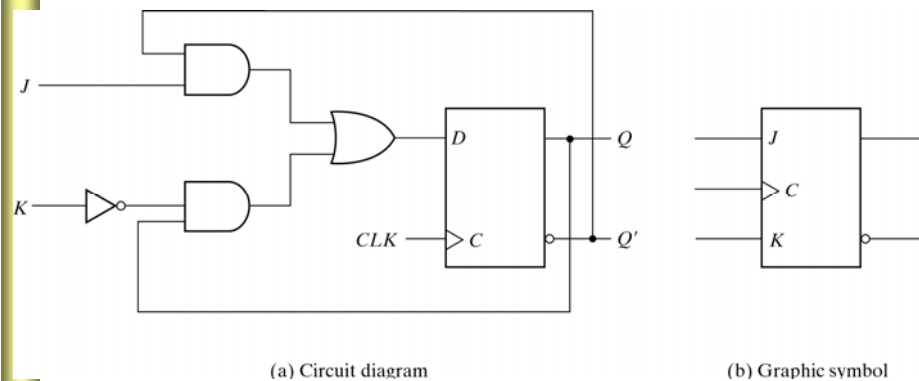
Παράδειγμα λειτουργίας (2)



JK flip-flop

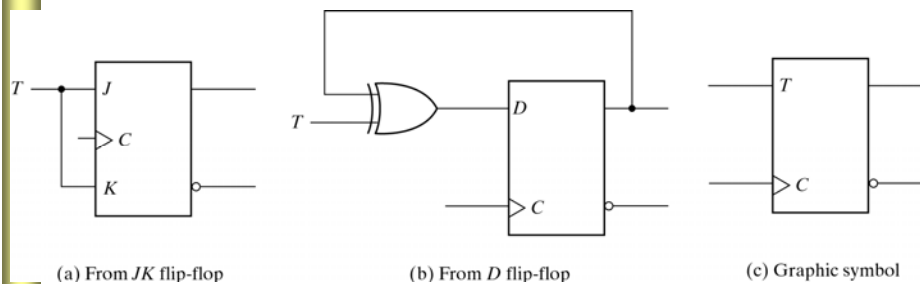
- Τρεις λειτουργίες: set, reset, toggle

- $D = JQ' + K'Q$



T flip-flop

- Μία λειτουργία: toggle
- $D = T \oplus Q = TQ' + T'Q$



Χαρακτηριστικοί πίνακες των flip-flop

- Ορίζουν την επόμενη κατάσταση ως συνάρτηση των εισόδων και της παρούσας κατάστασης
- Παρούσα κατάσταση: $Q(t)$
- Επόμενη κατάσταση: $Q(t+1)$

JK flip-flop

J	K	$Q(t+1)$	
0	0	$Q(t)$	No change
0	1	0	Reset
1	0	1	Set
1	1	$Q'(t)$	Complement Output

$$Q(t+1) = JQ' + K'Q$$

D flip-flop

D	$Q(t+1)$	
0	0	Reset
1	1	Set

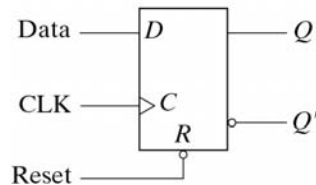
$$Q(t+1) = D$$

T flip-flop

T	$Q(t+1)$	
0	$Q(t)$	No change
1	$Q'(t)$	Complement Output

$$Q(t+1) = T \oplus Q = TQ' + T'Q$$

D flip-flop με ασύγχρονο μηδενισμό



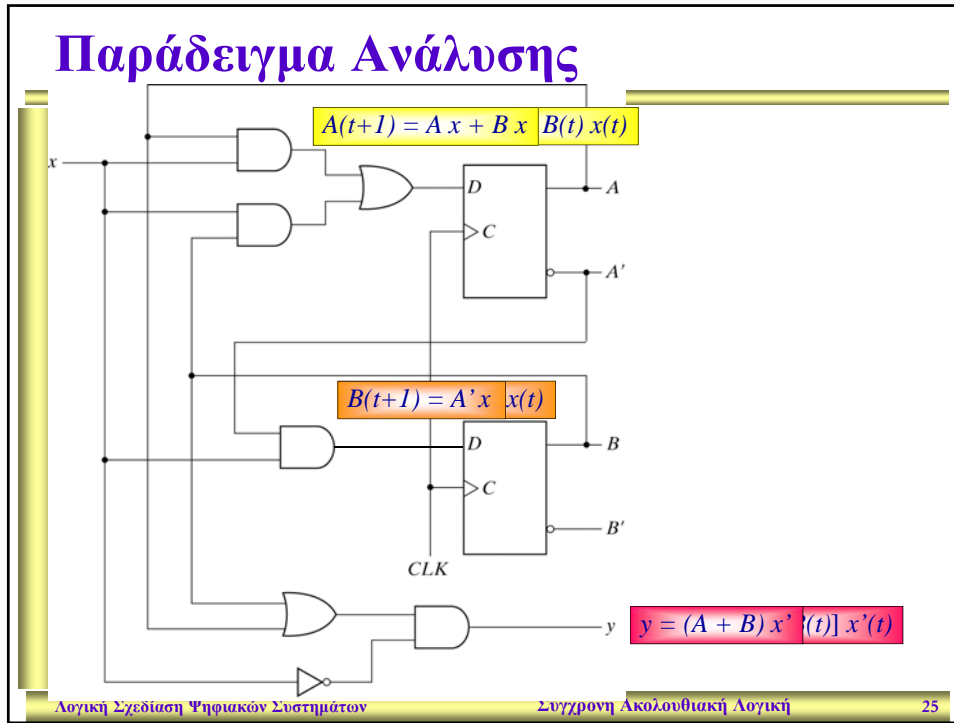
(b) Graphic symbol

R	C	D	Q	Q'
0	X	X	0	1
1	↑	0	0	1
1	↑	1	1	0

(b) Function table

Ανάλυση ακολουθιακών κυκλωμάτων

- Η συμπεριφορά ενός ακολουθιακού κυκλώματος με ρολόι καθορίζεται από τις εισόδους, τις εξόδους και την κατάσταση των flip-flop
- Η ανάλυση ενός ακολουθιακού κυκλώματος περιλαμβάνει:
 - Την εξαγωγή ενός πίνακα καταστάσεων (state table) ή ενός διαγράμματος καταστάσεων (state diagram) που περιγράφουν τη συμπεριφορά του κυκλώματος
- Για την ανάλυση χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις καταστάσεων (state equations) ή εξισώσεις μεταβάσεων (transition equations)



Πίνακας καταστάσεων (state table)

$A(t+1) = Ax + Bx$

$B(t+1) = A'x$

$y = (A + B)x'$

	Παρούσα Κατάσταση		Είσοδος	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος
	A	B		A	B	
➔	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	1	0
	0	1	0	0	0	1
	0	1	1	1	1	0
	1	0	0	0	0	1
	1	0	1	1	0	0
	1	1	0	0	0	1
	1	1	1	1	0	0

Λογική Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων Σύγχρονη Ακολουθιακή Λογική 26

Πίνακας καταστάσεων (state table)

$$A(t+1) = A x + B x$$

$$B(t+1) = A' x$$

$$y = (A + B) x'$$



Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
AB	AB	AB	y	y
00	00	01	0	0
01	00	11	1	0
10	00	10	1	0
11	00	10	1	0

Διαφορετική μορφή του πίνακα καταστάσεων

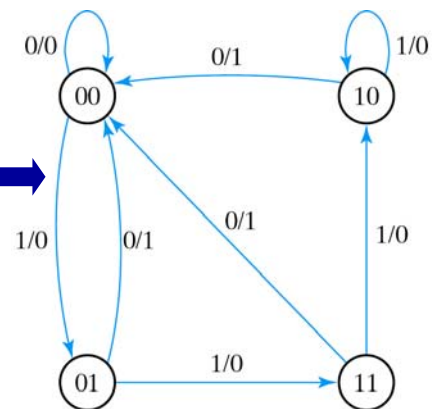
Διάγραμμα καταστάσεων (state diagram)

$$A(t+1) = A x + B x$$

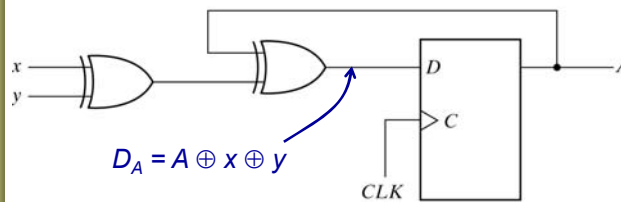
$$B(t+1) = A' x$$

$$y = (A + B) x'$$

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
AB	AB	AB	y	y
00	00	01	0	0
01	00	11	1	0
10	00	10	1	0
11	00	10	1	0



Ανάλυση με D flip-flop



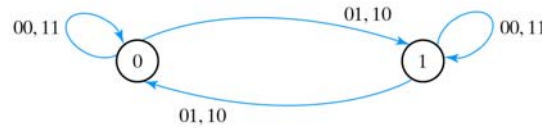
Εξίσωση εισόδου (input equation) του flip=flop

ή (a) Circuit diagram

Εξίσωση διέγερσης (excitation equation)

Present state	Inputs		Next state
	A	A	
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(b) State table

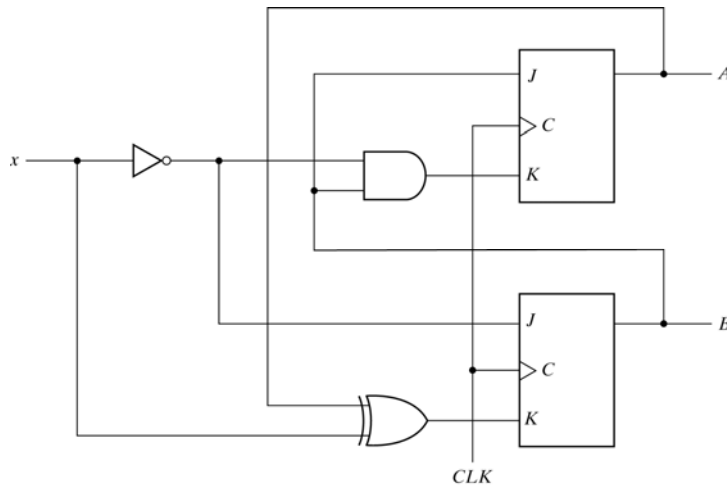


(c) State diagram

Ανάλυση με JK ή T flip-flop

- Για τα D flip-flop η εξίσωση κατάστασης είναι ίδια με την εξίσωση εισόδου
 - Μπορούμε να υπολογίσουμε απευθείας την επόμενη κατάσταση από τις εξισώσεις εισόδου
- Για ακολουθιακά κυκλώματα με JK ή T flip-flop ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία ανάλυσης:
 - Υπολογίζουμε τις εξισώσεις εισόδου των flip-flop
 - Στον πίνακα καταστάσεων υπολογίζουμε τις τιμές των εισόδων των flip-flop από τις εξισώσεις εισόδου
 - Για κάθε flip-flop χρησιμοποιούμε το χαρακτηριστικό **πίνακα** για να υπολογίσουμε την επόμενη κατάσταση

Ανάλυση με JK flip-flop



Εξισώσεις εισόδων $J_A = B$ $K_A = Bx'$
 $J_B = x'$ $K_B = A'x + Ax' = A \oplus x$

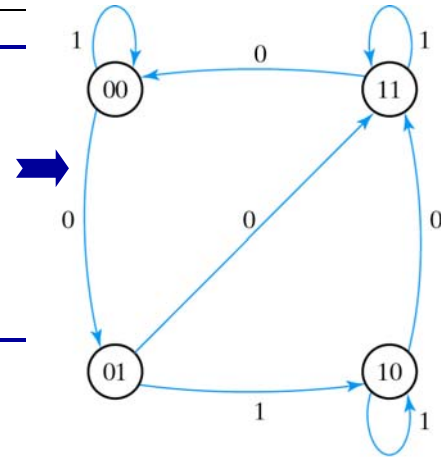
Ανάλυση με JK flip-flop

$J_A = B$ $K_A = Bx'$ Εξισώσεις εισόδων
 $J_B = x'$ $K_B = A'x + Ax' = A \oplus x$

Παρούσα Κατάσταση		Είσοδος x	Επόμενη Κατάσταση		Είσοδοι flip-flop			
A	B		A	B	J_A	K_A	J_B	K_B
0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0

Ανάλυση με JK flip-flop

Παρούσα Κατάσταση		Είσοδος x	Επόμενη Κατάσταση	
A	B		A	B
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



Ανάλυση με JK flip-flop

- Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού της επόμενης κατάστασης είναι να συνδυάσουμε τις χαρακτηριστικές εξισώσεις των flip-flop με τις εξισώσεις εισόδου

Χαρακτηριστικές εξισώσεις

$$A(t+1) = J_A A' + K'_A A$$

$$B(t+1) = J_B B' + K'_B B$$

Εξισώσεις εισόδων

$$J_A = B \quad K_A = Bx'$$

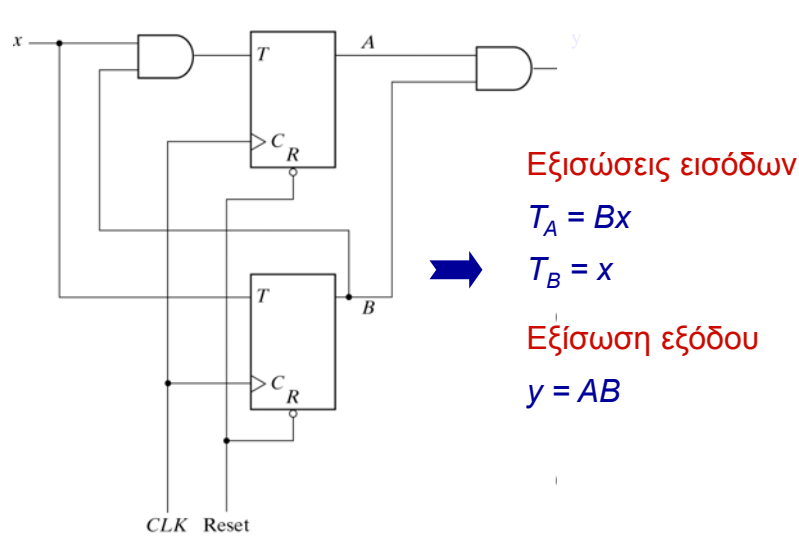
$$J_B = x' \quad K_B = A'x + Ax' = A \oplus x$$

Εξισώσεις επόμενης κατάστασης

$$A(t+1) = BA' + (Bx')'A = A'B + AB' + Ax$$

$$B(t+1) = x'B' + (A \oplus x)'B = B'x' + ABx + A'Bx'$$

Ανάλυση με T flip-flop



Ανάλυση με T flip-flop

Εξισώσεις επόμενης κατάστασης

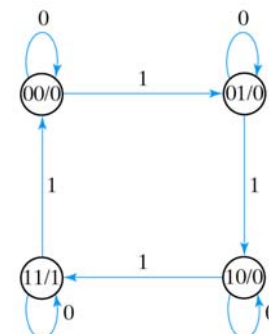
$$A(t+1) = T \oplus A = (Bx)'A + (Bx)A' = AB' + Ax' + A'Bx$$

$$B(t+1) = T \oplus B = x \oplus B$$

Παρούσα Κατάσταση		Είσοδος	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος
A	B		A	B	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

Εξίσωση εξόδου

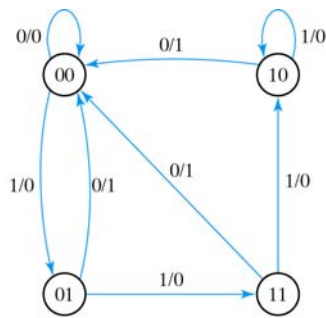
$$y = AB$$



Μοντέλα Mealy και Moore

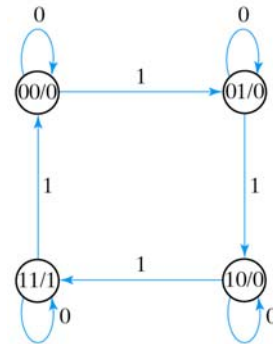
■ Μοντέλο Mealy

Η έξοδος είναι συνάρτηση και της παρούσας κατάστασης και της εισόδου

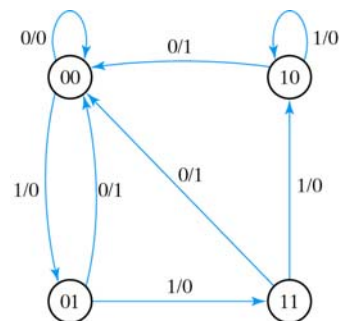
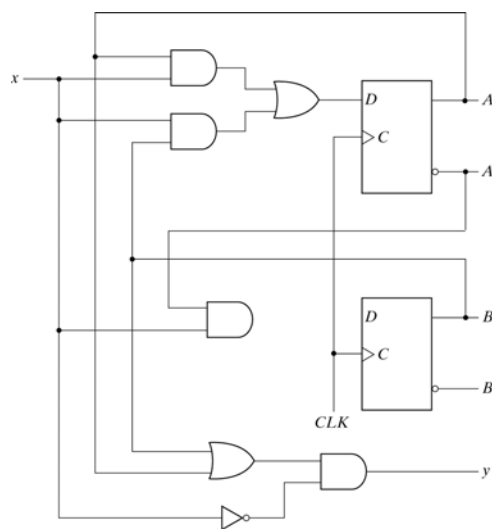


■ Μοντέλο Moore

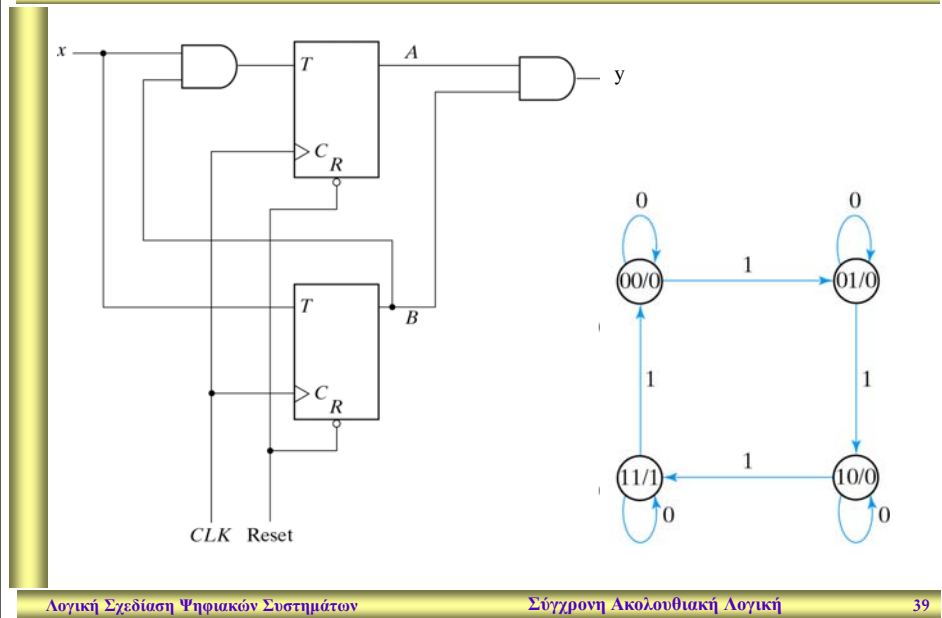
Η έξοδος είναι συνάρτηση **μόνο** της παρούσας κατάστασης



Παράδειγμα μοντέλου Mealy



Παράδειγμα μοντέλου Moore

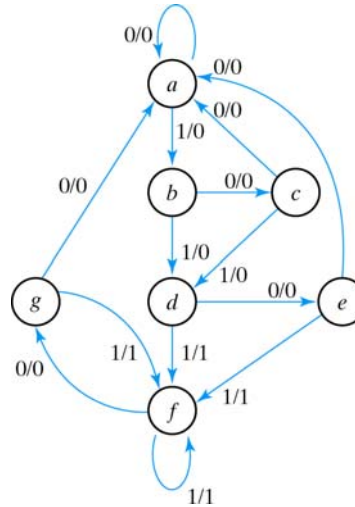


Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

- Ελαχιστοποίηση καταστάσεων (state reduction):
 - Διαδικασία **μείωσης** του αριθμού των flip-flop σε ένα ακολουθιακό κύκλωμα
- Στόχος των αλγορίθμων ελαχιστοποίησης καταστάσεων
 - **Μείωση του αριθμού των καταστάσεων**
 - Για την αναπαράσταση 2^m καταστάσεων απαιτούνται m flip-flop \Rightarrow αν μειώσουμε τις καταστάσεις **μπορεί** να μειώσουμε και τα flip-flop
 - Μερικές φορές η μείωση του αριθμού των flip-flop οδηγεί σε **συνολικά μεγαλύτερο κύκλωμα** (μεγαλύτερο αριθμό πυλών)

Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

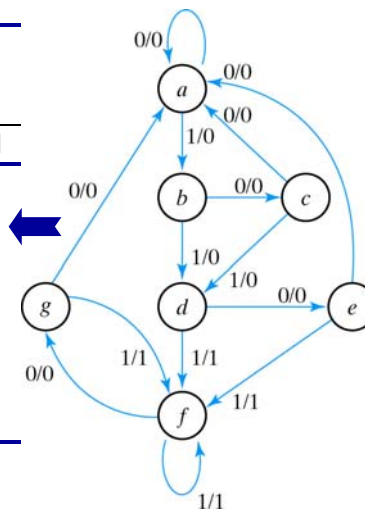
- Στα διαγράμματα καταστάσεων μας ενδιαφέρουν οι ακολουθίες εισόδων & εξόδων
 - Οι εσωτερικές καταστάσεις συμβολίζονται με **γράμματα** και όχι με δυαδικές τιμές
 - Υπάρχουν ειδικές περιπτώσεις όπου οι καταστάσεις συμβολίζονται με δυαδικές τιμές, π.χ. μετρητές
- Στόχος της ελαχιστοποίησης καταστάσεων
 - Να βρούμε ένα **ισοδύναμο** κύκλωμα με **λιγότερες** από 7 καταστάσεις
 - Το ισοδύναμο κύκλωμα πρέπει για κάθε ακολουθία εισόδου να παράγει την **ίδια ακολουθία εξόδου** με το αρχικό κύκλωμα



Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	f	0	1
e	a	f	0	1
f	g	f	0	1
g	a	f	0	1

Πίνακας καταστάσεων



Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

■ Μείωση του πίνακα καταστάσεων

- Ορισμός: «Δύο καταστάσεις είναι **ισοδύναμες**, όταν για κάθε είσοδο, δίνουν ακριβώς την ίδια έξοδο και προκαλούν μετάβαση είτε στην ίδια είτε σε ισοδύναμη κατάσταση»

■ Ισοδύναμες καταστάσεις: e & g

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος		Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1		x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
a	a	b	0	0	a	a	b	0	0
b	c	d	0	0	b	c	d	0	0
c	a	d	0	0	c	a	d	0	0
d	e	f	0	1	d	e	f	0	1
e	a	f	0	1	e	a	f	0	1
f	g	f	0	1	f	e	f	0	1
g	a	f	0	1					

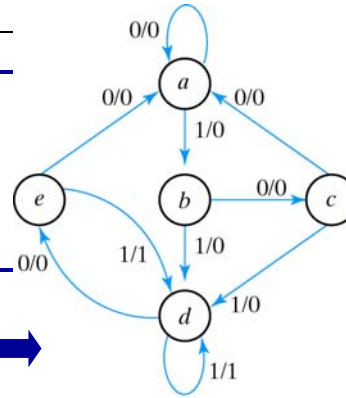
Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

■ Ισοδύναμες καταστάσεις: d & f

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος		Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1		x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
a	a	b	0	0	a	a	b	0	0
b	c	d	0	0	b	c	d	0	0
c	a	d	0	0	c	a	d	0	0
d	e	f	0	1	d	e	d	0	1
e	a	f	0	1	e	a	d	0	1
f	e	f	0	1					

Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	d	0	1
e	a	d	0	1



Ελαχιστοποιημένο διάγραμμα καταστάσεων

Κωδικοποίηση καταστάσεων

- Πρέπει να αντιστοιχίσουμε κωδικοποιημένες δυαδικές τιμές στις καταστάσεις του κυκλώματος
 - Για τις 5 καταστάσεις του παραδείγματος χρειαζόμαστε τουλάχιστον 3 bit ($2^3 = 8$ καταστάσεις), δηλαδή 3 flip-flop
 - Οι 3 αχρησιμοποίητες καταστάσεις αντιμετωπίζονται ως αδιάφοροι όροι
- Υπάρχουν διαφορετικές κωδικοποιήσεις

Κατάσταση	Κωδικοποίηση 1 Δυαδική	Κωδικοποίηση 2 Κώδικας Gray	Κωδικοποίηση 3 Ένα-Ενεργό
a	000	000	00001
b	001	001	00010
c	010	011	00100
d	011	010	01000
e	100	110	10000

Κωδικοποίηση καταστάσεων

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος		Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1		x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
a	a	b	0	0	000	000	001	0	0
b	c	d	0	0	001	010	011	0	0
c	a	d	0	0	010	000	011	0	0
d	e	d	0	1	011	100	011	0	1
e	a	d	0	1	100	000	011	0	1

Ελαχιστοποιημένος πίνακας καταστάσεων με τη δυαδική κωδικοποίηση 1

- Μια διαφορετική κωδικοποίηση θα είχε ως αποτέλεσμα **διαφορετικό** πίνακα καταστάσεων
- Η **πολυπλοκότητα** του ακολουθιακού κυκλώματος (αριθμός flip-flop και συνδυαστικό μέρος) **εξαρτάται** από την κωδικοποίηση που θα επιλέξουμε

Διαδικασία σχεδίασης

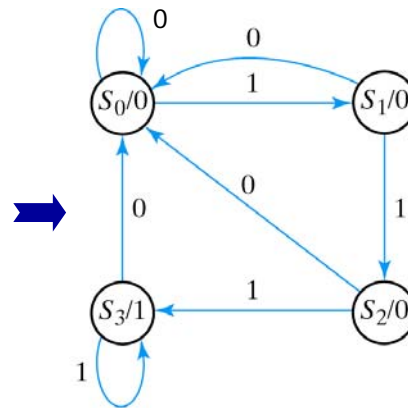
Περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα:

- Εξάγουμε το **διάγραμμα καταστάσεων** από τις προδιαγραφές του κυκλώματος
- Ελαχιστοποιούμε** τον αριθμό των καταστάσεων
- Κωδικοποιούμε** τις καταστάσεις
- Εξάγουμε τον **κωδικοποιημένο πίνακα** καταστάσεων
- Επιλέγουμε τον **τύπο των flip-flop** που θα χρησιμοποιήσουμε
- Υπολογίζουμε τις **απλοποιημένες εξισώσεις εισόδων** των flip-flop και των **εξόδων** του κυκλώματος
- Σχεδιάζουμε το συνδυαστικό μέρος του κυκλώματος, και τέλος το **λογικό διάγραμμα** του συνολικού κυκλώματος

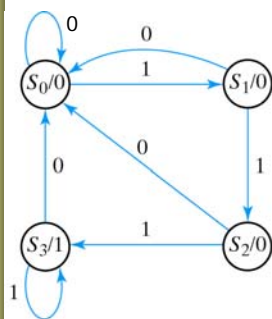
Διαδικασία σχεδίασης: παράδειγμα

- **Προδιαγραφές:** Το κύκλωμα ανιχνεύει 3 ή περισσότερους «1» σε μια σειρά από bit που λαμβάνονται σε μια γραμμή εισόδου

- **Βήμα 1:**
Διάγραμμα καταστάσεων



Διαδικασία σχεδίασης



Παρούσα Κατάσταση		Είσοδος <i>x</i>	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος <i>y</i>
<i>A</i>	<i>B</i>		<i>A</i>	<i>B</i>	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

- **Βήμα 2-4:** Κωδικοποιημένος πίνακας καταστάσεων
 - Δεν είναι δυνατό να μειώσουμε τον αριθμό των καταστάσεων
 - Χρησιμοποιούμε τη δυαδική κωδικοποίηση

Σύνθεση με D flip-flop

Παρούσα Κατάσταση		Είσοδος	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος
A	B		A	B	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

$$A(t+1) = D_A(A,B,x) = \Sigma(3,5,7)$$

$$B(t+1) = D_B(A,B,x) = \Sigma(1,5,7)$$

$$y(A,B,x) = \Sigma(6,7)$$



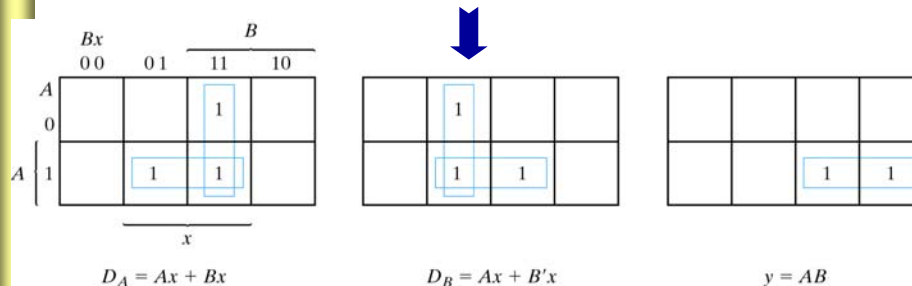
- **Βήμα 5:** Επιλογή D flip-flop (A και B)
 - Χαρακτηριστική εξίσωση του D flip-flop: $Q(t+1) = D$
- **Βήμα 6:** Οι εξισώσεις εισόδων των flip-flop και η εξίσωση εξόδου μπορούν να υπολογιστούν απευθείας από τον πίνακα καταστάσεων

Σύνθεση με D flip-flop

$$A(t+1) = D_A(A,B,x) = \Sigma(3,5,7)$$

$$B(t+1) = D_B(A,B,x) = \Sigma(1,5,7)$$

$$y(A,B,x) = \Sigma(6,7)$$



- **Βήμα 6:** Απλοποίηση των εξισώσεων εισόδου και της εξίσωσης εξόδου με χρήση χαρτών Karnaugh

Πίνακες διέγερσης (excitation tables)

JK flip-flop

Q(t)	Q(t+1)	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

$$Q(t+1) = JQ' + K'Q$$

T flip-flop

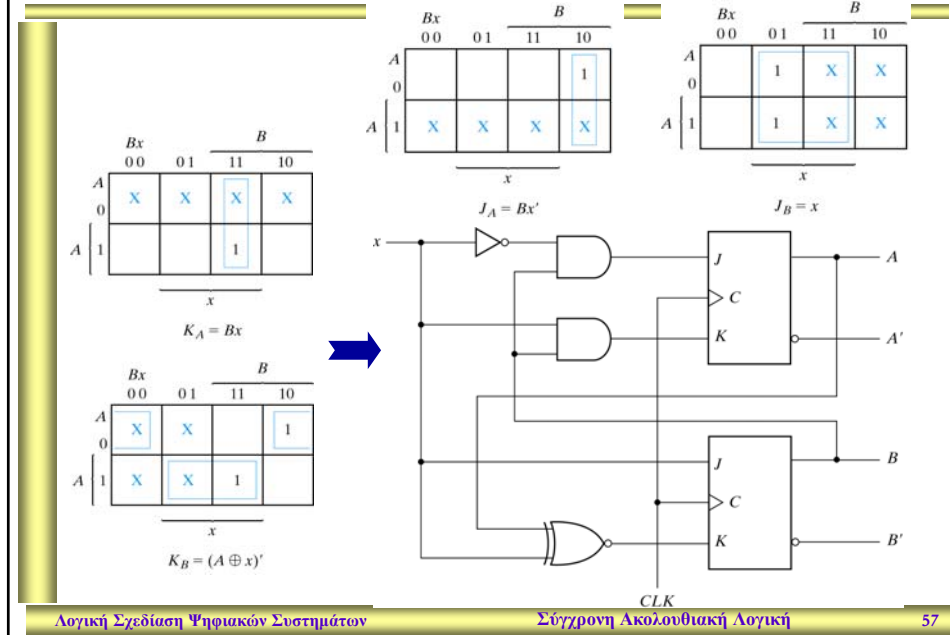
Q(t)	Q(t+1)	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Q(t+1) = T \oplus Q = TQ' + T'Q$$

Σύνθεση με JK flip-flop

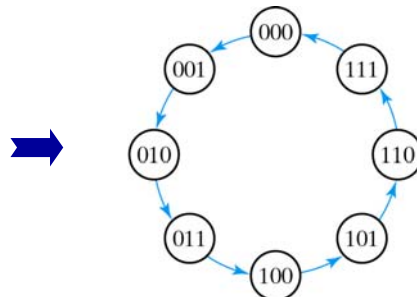
Παρούσα Κατάσταση		Είσοδος x	Επόμενη Κατάσταση		Είσοδοι flip-flop			
A	B		A	B	J _A	K _A	J _B	K _B
0	0	0	0	0	X	0	X	
0	0	1	0	1	0	X	1	X
0	1	0	1	0	1	X	X	1
0	1	1	0	1	0	X	X	0
1	0	0	1	0	X	0	0	X
1	0	1	1	1	X	0	1	X
1	1	0	1	1	X	0	X	0
1	1	1	0	0	X	1	X	1

Σύνθεση με JK flip-flop



Σύνθεση με T flip-flop

- **Προδιαγραφές:** Σχεδίαση ενός 3-bit δυαδικού μετρητή
 - Ένας n-bit δυαδικός μετρητής (binary counter) αποτελείται από n flip-flop και μετράει από το 0 έως το $2^n - 1$
- **Διάγραμμα καταστάσεων**
 - Δεν υπάρχουν μεταβλητές εισόδου
 - Η επόμενη κατάσταση εξαρτάται από την παρούσα κατάσταση
 - Οι έξοδοι καθορίζονται από την παρούσα κατάσταση



Σύνθεση με T flip-flop

Παρούσα Κατάσταση			Επόμενη Κατάσταση			Είσοδοι flip-flop		
A_2	A_1	A_0	A_2	A_1	A_0	T_{A2}	T_{A1}	T_{A0}
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1

$T_{A2} = A_1 A_0$ $T_{A1} = A_0$ $T_{A0} = 1$

Λογική Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων Σύγχρονη Ακολουθιακή Λογική 59

Σύνθεση με T flip-flop

$T_{A2} = A_1 A_0$
 $T_{A1} = A_0$
 $T_{A0} = 1$

↓

Λογική Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων Σύγχρονη Ακολουθιακή Λογική 60