

Διακριτά Μαθηματικά - 9^ο Φροντιστήριο

Σήμερα D-αυτόματα

(S, E, T, s_0, f)

S : σύνολο καταστάσεων

E : αλφάβητο εισόδου

T : σύνολο τελικών καταστάσεων $\subseteq S$

s_0 : Αρχική κατάσταση

$f: S \times E \rightarrow S$: συνάρτηση μετάβασης

Άσκηση 1

Δίδεται ένα D-αυτόματο με

$$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$$

$$E = \{a, b\}$$

$$T = \{s_0, s_3\}$$

$$f(s_0, a) = s_1$$

$$f(s_0, b) = s_2$$

$$f(s_1, a) = s_1$$

$$f(s_1, b) = s_3$$

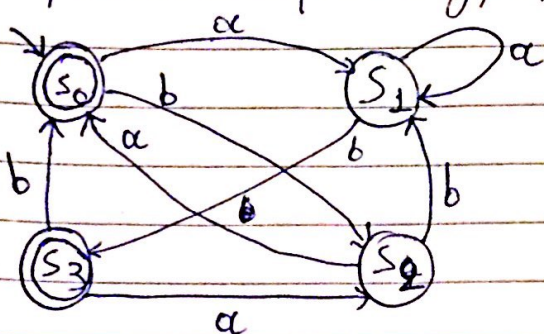
$$f(s_2, a) = s_0$$

$$f(s_2, b) = s_1$$

$$f(s_3, a) = s_2$$

$$f(s_3, b) = s_0$$

α) Να σχεδιασθεί το D-αυτόματο με τη βοήθεια ενός προσαρμοσμένου γραφήματος:



β) Να εξετασθεί αν το αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις

• $w_1 = a a b b a a b b a$

$s_0 \xrightarrow{a} s_1 \xrightarrow{a} s_1 \xrightarrow{b} s_3 \xrightarrow{b} s_0 \xrightarrow{a} s_1 \xrightarrow{a} s_1 \xrightarrow{b} s_3 \xrightarrow{b} s_0 \xrightarrow{a} s_1$

Το s_1 δεν ανήκει στις τελικές καταστάσεις ($s_1 \notin T$), άρα το αυτόματο δεν αναγνωρίζει την λέξη w_1

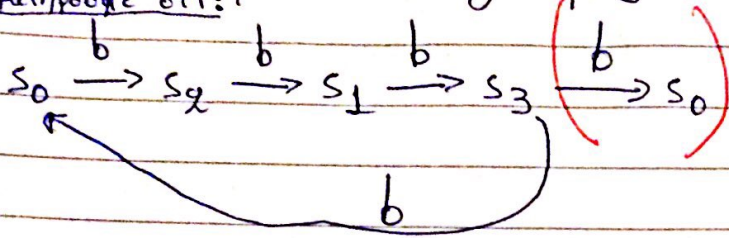
• $w_2 = b a b a b b b$

$s_0 \xrightarrow{b} s_2 \xrightarrow{a} s_0 \xrightarrow{b} s_2 \xrightarrow{a} s_0 \xrightarrow{b} s_2 \xrightarrow{b} s_1 \xrightarrow{b} s_3$

Το s_3 είναι τελική κατάσταση ($s_3 \in T$), άρα το αυτόματο αναγνωρίζει τη λέξη w_2 .

γ) Να εξετασθεί για ποιες τιμές του $n \in \mathbb{N}$ το D-αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις $w = b^n$

Παρατηρούμε ότι:



και άρα

οι τελικές καταστάσεις

$$f(s_n, a^n) = \begin{cases} s_0 & \text{αν } n=4k, k \in \mathbb{N} \\ s_2 & \text{αν } n=4k+1, k \in \mathbb{N} \\ s_1 & \text{αν } n=4k+2, k \in \mathbb{N} \\ s_3 & \text{αν } n=4k+3, k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

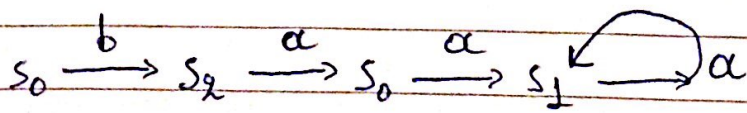
Επομένως το D-αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις b^n για $n=4k$ και $n=4k+3$, όπου $k \in \mathbb{N}$

(0, 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16, ...)

δ) Να εξετασθεί για ποιες τιμές των $m, n \in \mathbb{N}^*$ το D-αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις.

$$w = b \cdot a^n \cdot b^m$$

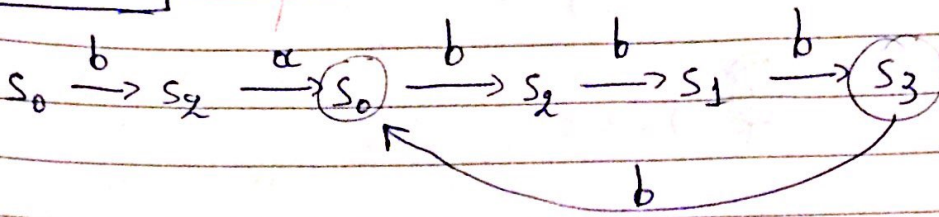
~~Οι περιπτώσεις~~



Διακρίνουμε 2 περιπτώσεις:

- $n = 1$
- $n \geq 2$

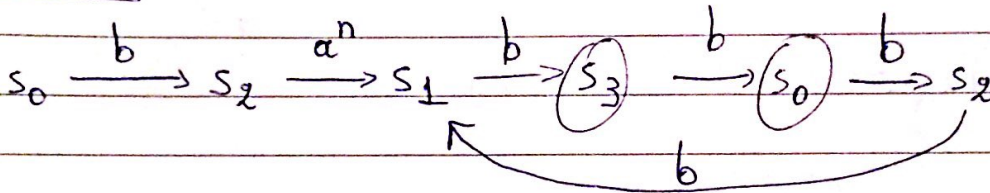
$n = 1$



Άρα, το D-αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις bab^m όταν $m = 4k, k \in \mathbb{N}^*$

(ii) $m = 4k + 3, k \in \mathbb{N}^*$

$n \geq 2$



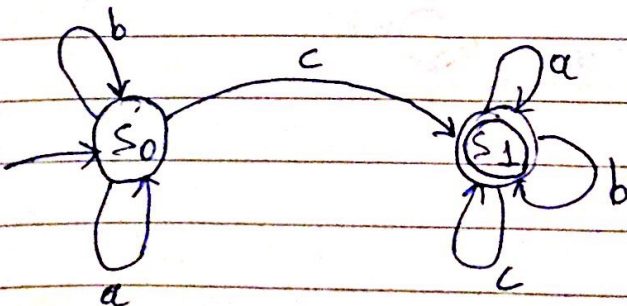
Άρα το D-αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις $ba^n b^m$ όπου $n \geq 2$ και $m = 4k + 1, k \in \mathbb{N}$

(ii) $m = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$

Άσκηση 2

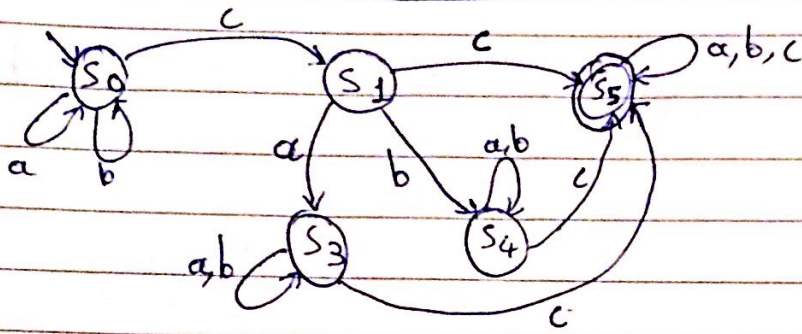
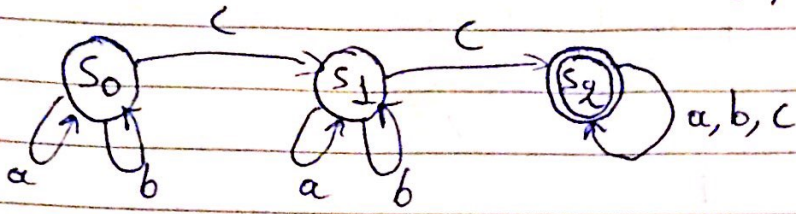
Να κατασκευασθούν D-αυτόματα με αλφάβητο εισόδου $\Sigma = \{a, b, c\}$ τα οποία αναγνωρίζουν μόνο τις λέξεις w για τις οποίες:

α) περιέχουν τουλάχιστον ένα c

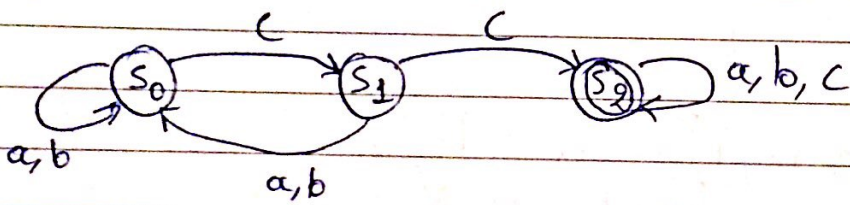


οποια θιγουμε
αρχική κατάσταση
και όλες τις κατάστασεις
θιγουμε.

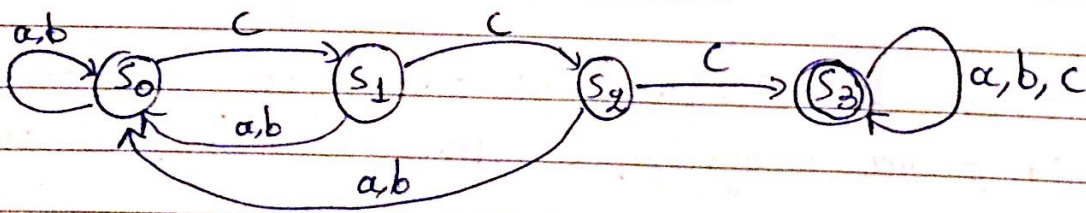
β) περιέχουν τουλάχιστον 2 γρ c.



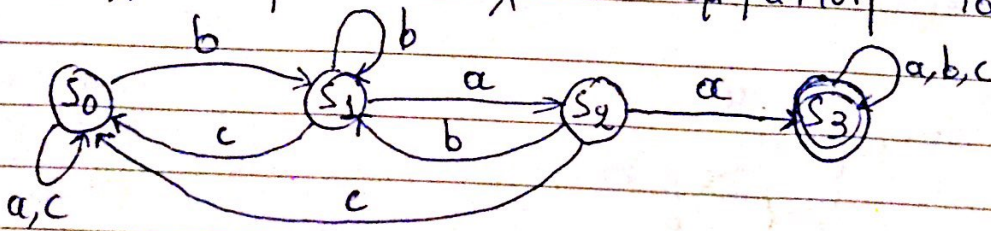
γ) περιέχουν τουλάχιστον 2 διαδοχικά c



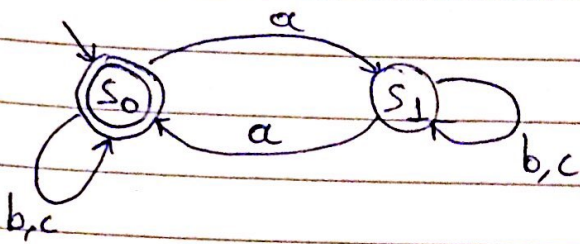
δ) περιέχουν 3 διαδοχικά c



ε) περιέχουν μια τουλάχιστον εμφάνιση του baa



στ) περιέχουν άρτιο αριθμό από το γράμμα α



ζ) ΔΕΝ περιέχουν 2 διαδοχικά α (δηλ. αα)

