Άσκηση 1

Δίδεται το D-αυτόματο (S, Σ, T, s_0, f) με

$S = \{s_0, s_1, s_2\}$ $\Sigma = \{\alpha, b\}$

αρχική κατάσταση

$T = \{s_2\}$ και

$f(s_0,\alpha) = s_1$ $f(s_1,\alpha) = s_0$ $f(s_2,\alpha) = s_2$

$f(s_0,b) = s_2$ $f(s_1,b) = s_0$ $f(s_2,b) = s_1$

α) Να σχεδιασθεί το D-αυτόματο ως προσανατολισμένο γράφημα

β) Να εξετασθεί αν το D-αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις

$m_1 = \alpha\alpha\alpha bbb\alpha b$

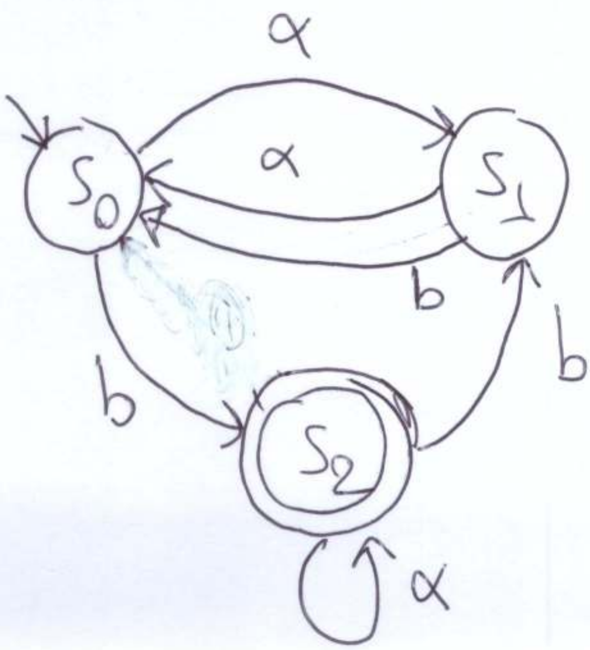
$m_2 = \alpha b\alpha b\alpha b\alpha b$

γ) Να βρεθούν τα $m, n \in \mathbb{N}^*$ για τα οποία το D-αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις

$$\omega = \alpha^m b^n$$

m φορές το α n φορές το b

α)



β) $f^*(s_0, \omega) = \dots =$

λέξη

$$\boxed{M_1 = \alpha\alpha\alpha b b b \alpha b}$$

$$f^*(s_0, M_1) = s_2$$

$$s_0 \xrightarrow{\alpha} s_1 \xrightarrow{\alpha} s_0 \xrightarrow{\alpha} s_1 \xrightarrow{b} s_0 \xrightarrow{b} s_2$$

$$s_2 \downarrow b$$

$$s_2 \xleftarrow{b} s_0 \longleftarrow s_1$$

Επειδή $s_2 \in T$, το D-αυτόματο αναγνωρίζει την λέξη M_1.

β) $m_2 = \alpha b \alpha b \alpha b \alpha b$

$$s_0 \xrightarrow{\alpha} s_1 \xrightarrow{b} s_0 \xrightarrow{\alpha} s_1 \xrightarrow{b} s_0 \xrightarrow{\alpha} s_1 \xrightarrow{b} s_0 \xrightarrow{\alpha} s_1 \xrightarrow{b} s_0$$

Επειδη $s_0 \notin T$ το αυτοματο δεν αναγνωρίζει την λέξη m_2

γ) $\omega = \alpha^m b^n \qquad m, n \in \mathbb{N}^*$

Ξεκινώντας από την αρχική κατάσταση S_0 ελέγχουμε σε ποιες καταστάσεις θα βρεθούμε αν εμφανισθούν m συνεχόμενα α:

$$\begin{tikzcd} S_0 \arrow[r, "\alpha"] & S_1 \arrow[l, bend left, "\alpha"] \end{tikzcd}$$

$$f^*(S_0, \alpha^m) = \begin{cases} S_1 & m \text{ περιττός} \\ S_0 & m \text{ άρτιος} \end{cases}$$

Διακρίνουμε περιπτώσεις με βάση το m.

$\boxed{1}$ $\boxed{m \text{ άρτιος}}$

$$\begin{tikzcd} S_0 \arrow[r, "b"] & S_2 \arrow[r, "b"] & S_1 \arrow[ll, bend left, "b"] \end{tikzcd}$$

$$f^*(S_0, \alpha^m b^n) = \begin{cases} S_2 \in T & n = 3k+1, \ k \in \mathbb{N} \\ S_1 & n = 3k+2, \ k \in \mathbb{N} \\ S_0 & n = 3k \quad k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

2 | m περιττός

$$\begin{tikzcd} s_1 \arrow[r, "b"] & s_0 \arrow[r, "b"] & s_2 \arrow[ll, bend left, "b"] \end{tikzcd}$$

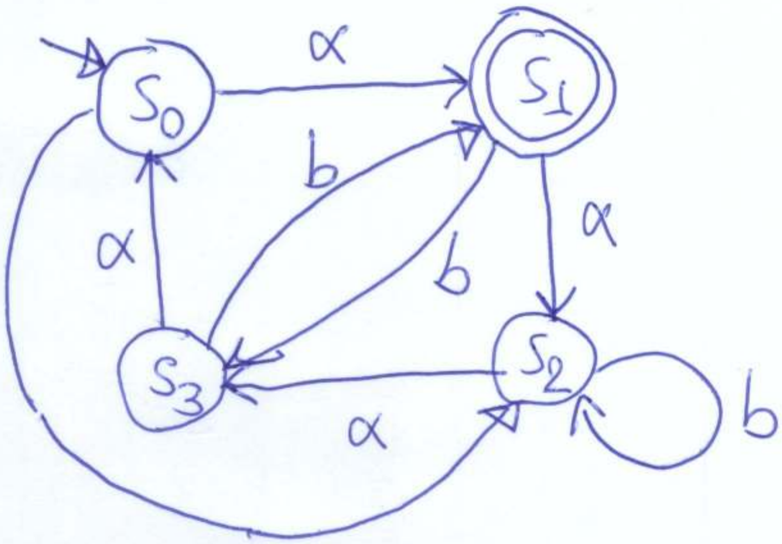
$$f^*(s_0, a^m b^n) = \begin{cases} s_0 & n = 3k+1, \quad k \in \mathbb{N} \\ s_2 \in T & n = 3k+2 \quad k \in \mathbb{N} \\ s_1 & n = 3k \quad k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

<u>Συμπέρασμα</u> Το D-αυτόματο αναγνωρίζει την λέξη $w = a^m b^n$ όταν

- m άρτιος, $n = 3k+1$, $k \in \mathbb{N}$
- m περιττός, $n = 3k+2$, $k \in \mathbb{N}$

Άσκηση 2

Δίδεται το D-αυτόματο



Να βρεθούν τα $m, n \in \mathbb{N}^*$ για τα οποία το αυτόματο αναγνωρίζει τις λέξεις

$$\omega = \alpha^m b^n$$

Άσκηση 3

Να κατασκευασθει D-αυτόματο με αλφάβητο εισόδου $\Sigma = \{a, b, c\}$ το οποίο αναγνωρίζει μονο τις λέξεις

α) που περιεχουν τουλαχιστον 1 α

β) που περιεχουν -//- 2 α

γ) που περιεχουν -//- 2 διαδοχικα α

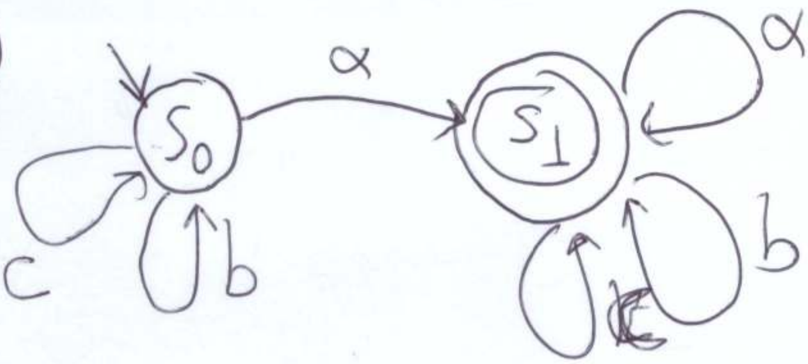
δ) που περιεχουν την λεξη αbα

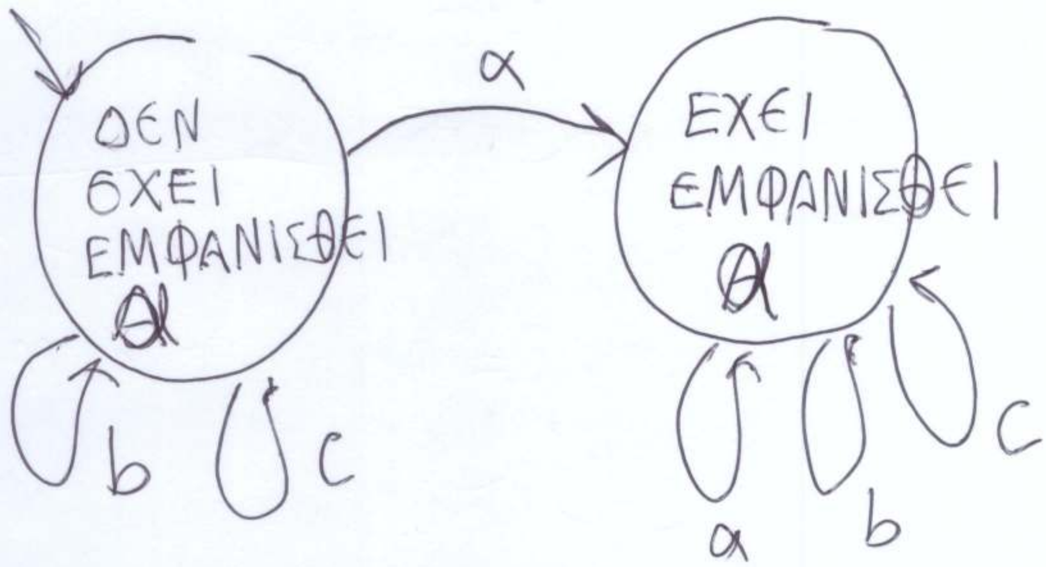
ε) που εχουν ισο αριθμο α και b

Αποδεικνύεται ότι δεν υπάρχει τέτοιο D-αυτόματο!!

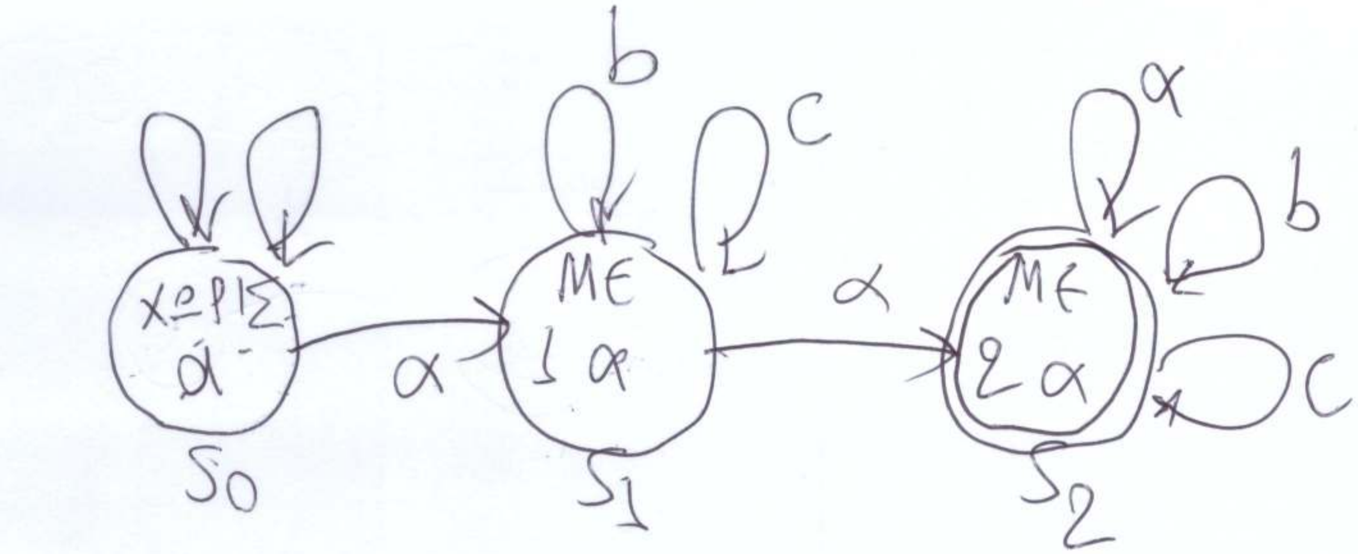
$\Sigma = \{\alpha, b, c\}$

α)

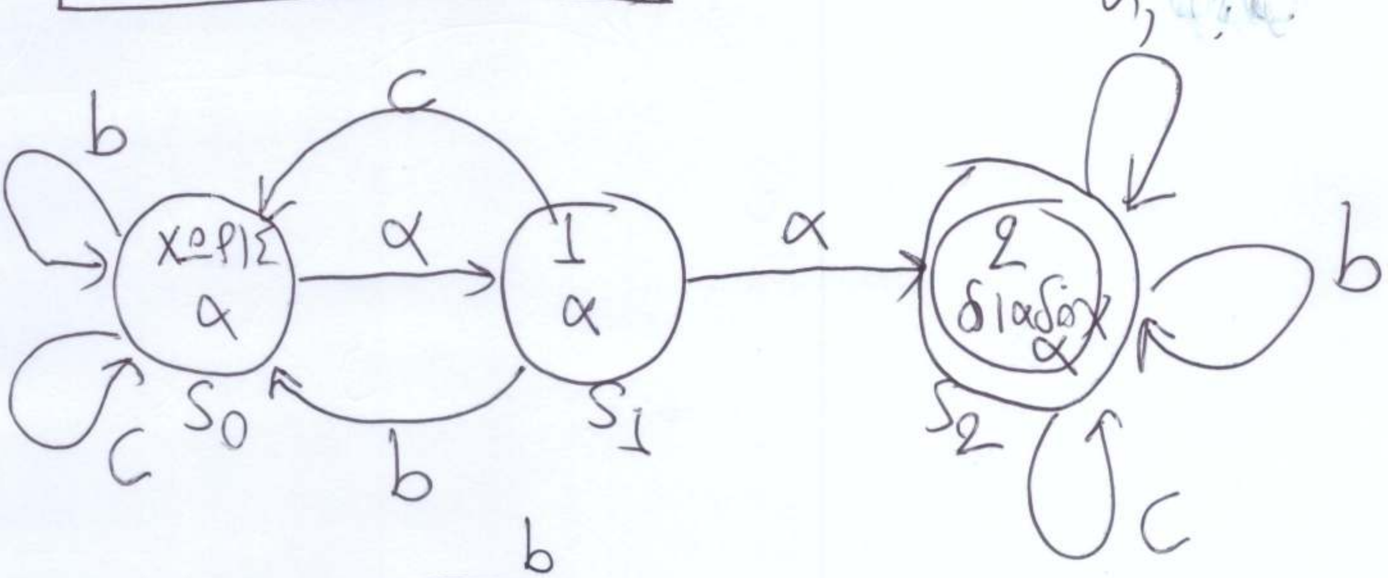




β)



γ) $\boxed{\text{2 διαδοχικά α}}$



δ)