

# ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

## 2η σειρά ασκήσεων

Όνοματεπώνυμο:

Αριθμός μητρώου:

Προθεσμία παράδοσης: Μέχρι και την Τετάρτη 19 Ιουνίου 2024

Να λυθούν **9 ασκήσεις** από τις ενότητες **Αναγωγικές εξισώσεις και D-αυτόματα – Γλώσσες**.

Σημειώστε τις ασκήσεις για τις οποίες έχετε παραδώσει λύση:

**Αναγωγικές εξισώσεις:**

|     |     |     |     |  |  |
|-----|-----|-----|-----|--|--|
| 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.4 |  |  |
|-----|-----|-----|-----|--|--|

**D-αυτόματα – Γλώσσες:**

|     |     |     |     |     |      |
|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 2.5 | 2.6 | 2.7 | 2.8 | 2.9 | 2.10 |
|-----|-----|-----|-----|-----|------|

Να εκτυπώσετε αυτή τη σελίδα και να τη χρησιμοποιήσετε ως εξώφυλλο στις ασκήσεις που θα παραδώσετε. Συμπληρώστε το ονοματεπώνυμο και τον ΑΜ και σημειώστε με X τις ασκήσεις που λύσατε.

Στη συνέχεια, σκανάρετε το εξώφυλλο και τις λύσεις σας, σε ένα αρχείο pdf, το οποίο θα παραδώσετε. Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν ΜΟΝΟ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ στο email [jtas@unipi.gr](mailto:jtas@unipi.gr).

Ο τίτλος του αρχείου θα πρέπει να είναι **diakrita\_askhseis2\_p12345.pdf**, όπου 12345 ο αριθμός μητρώου σας.

Η σειρά ασκήσεων είναι προαιρετική και βαθμολογείται με άριστα το 0.5.

## Αναγωγικές εξισώσεις

2.1) (Ομογενείς γραμμικές αναγωγικές εξισώσεις) Να λυθούν οι παρακάτω ομογενείς γραμμικές αναγωγικές εξισώσεις:

i) (Απλές ρίζες)  $y_{x+2} + y_{x+1} - 6y_x = 0$ , όπου  $y_0 = 2$  και  $y_1 = 3$ .

ii) (Πολλαπλές ρίζες)  $y_{x+3} - 3y_{x+2} - 9y_{x+1} + 27y_x = 0$

2.2) (Ομογενείς γραμμικές αναγωγικές εξισώσεις) Να λυθούν οι παρακάτω ομογενείς γραμμικές αναγωγικές εξισώσεις:

i) (Μιγαδικές ρίζες)  $y_{x+2} - 2y_{x+1} + 10y_x = 0$

ii) (Μιγαδικές ρίζες)  $y_{x+3} - y_{x+2} + 25y_{x+1} - 25y_x = 0$ .

2.3) (Γραμμικές αναγωγικές εξισώσεις) Να λυθούν οι παρακάτω γραμμικές αναγωγικές εξισώσεις:

i) (Εκθετική μερική λύση)  $y_{x+2} + y_{x+1} - 6y_x = 2 \cdot (-3)^x$ .

ii) (Εκθετική μερική λύση)  $y_{x+3} - 3y_{x+2} - 9y_{x+1} + 27y_x = 4 \cdot 3^x$ .

2.4) (Γραμμικές αναγωγικές εξισώσεις) Να λυθούν οι παρακάτω γραμμικές αναγωγικές εξισώσεις:

i) (Πολυωνυμική μερική λύση)  $y_{x+2} + y_{x+1} - 6y_x = 3x^2 + 2x + 1$ .

ii) (Πολυωνυμική μερική λύση)  $y_{x+2} - 4y_{x+1} - 3y_x = 2x^2 + 5$ .

## D-αυτόματα - Γλώσσες

2.5) (Αναγνώριση από D-αυτόματο) Δίδεται το D-αυτόματο  $(S, \mathcal{E}, T, s_0, f)$ , με  $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$ ,  $\mathcal{E} = \{a, b\}$ ,  $T = \{s_2, s_4\}$  και  $f : S \times \mathcal{E} \rightarrow S$  με

$$\begin{aligned} f(s_0, a) &= s_4, & f(s_1, a) &= s_0, & f(s_2, a) &= s_2, & f(s_3, a) &= s_1, & f(s_4, a) &= s_4, \\ f(s_0, b) &= s_1, & f(s_1, b) &= s_2, & f(s_2, b) &= s_4, & f(s_3, b) &= s_2, & f(s_4, b) &= s_3. \end{aligned}$$

Έστω  $u$  μια λέξη που αποτελείται από  $m$  σε πλήθος  $a$  και  $v$  μια λέξη που αποτελείται από  $n$  σε πλήθος  $b$  ( $m, n \in \mathbb{N}^*$ ). Να εξετασθεί

i) Κάτω από ποιές προϋποθέσεις το D-αυτόματο αναγνωρίζει τη λέξη  $w = vu$ .

ii) Κάτω από ποιές προϋποθέσεις αναγνωρίζει τη λέξη  $w' = uv$ .

2.6) (Αναγνώριση από D-αυτόματο) Δίδεται το αυτόματο  $(S, \mathcal{E}, T, s_0, f)$  με  $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$ ,  $\mathcal{E} = \{a, b, c\}$ ,  $T = \{s_2, s_3\}$  και  $f : S \times \mathcal{E} \rightarrow S$  με

$$\begin{aligned} f(s_0, a) &= s_1, & f(s_0, b) &= s_3, & f(s_0, c) &= s_4 \\ f(s_1, a) &= s_2, & f(s_1, b) &= s_1, & f(s_1, c) &= s_4 \\ f(s_2, a) &= s_2, & f(s_2, b) &= s_3, & f(s_2, c) &= s_4 \\ f(s_3, a) &= s_3, & f(s_3, b) &= s_4, & f(s_3, c) &= s_0 \\ f(s_4, a) &= s_0, & f(s_4, b) &= s_3, & f(s_4, c) &= s_2 \end{aligned}$$

Να εξετασθεί για ποιες τιμές των  $\kappa, \lambda, \mu \in \mathbb{N}^*$  το αυτόματο αναγνωρίζει τη λέξη  $w = a^\kappa b^\lambda c^\mu$ .

2.7) (D-αυτόματα για συγκεκριμένες γλώσσες)

i) Να κατασκευασθεί D-αυτόματο με αλφάβητο εισόδου  $\mathcal{E} = \{a, b\}$  που αναγνωρίζει μόνο τις λέξεις που καταλήγουν σε  $aa$ .

- ii) Να κατασκευασθεί  $D$ -αυτόματο με αλφάβητο εισόδου  $\mathcal{E} = \{a, b, c\}$  που αναγνωρίζει μόνο τις λέξεις οι οποίες περιέχουν τουλάχιστον δυο διαδοχικά  $b$ .

2.8) ( $D$ -αυτόματα για συγκεκριμένες γλώσσες)

- i) Να κατασκευασθεί  $D$ -αυτόματο δύο καταστάσεων με  $\mathcal{E} = \{a, b\}$  που αναγνωρίζει μόνο τις λέξεις στις οποίες το  $a$  έχει περιττό αριθμό εμφανίσεων.
- ii) Να κατασκευασθεί  $D$ -αυτόματο με  $\mathcal{E} = \{a, b, c\}$  που αναγνωρίζει μόνο τις λέξεις στις οποίες δεν υπάρχει  $c$  και το  $a$  έχει άρτιο αριθμό εμφανίσεων.

2.9) (Κανονικές εκφράσεις) Να εξετασθεί ποιες από τις παρακάτω κανονικές εκφράσεις περιέχουν την λέξη 01001.

i)  $(010)^*0^*1$

iii)  $(010 \cup 011)(00 \cup 11)$

ii)  $0^*(10)^*1$

iv)  $(01)^*(01)^*$

2.10) (Κανονικές εκφράσεις)

- i) Να γραφεί μια κανονική έκφραση που ορίζει την γλώσσα των δυαδικών λέξεων που περιέχουν περιττό αριθμό 1.
- ii) Να γραφεί μια κανονική έκφραση που ορίζει την γλώσσα των δυαδικών λέξεων που περιέχουν τουλάχιστον δύο εμφανίσεις του 100.
- iii) Να γραφεί μια κανονική έκφραση που ορίζει την γλώσσα των δυαδικών λέξεων που τελειώνουν σε άρτιο αριθμό από 0.