

RB Δένδρα

Οι διαφάνειες που ακολουθούν είναι προσαρμογή
των διαφανειών από τον ιστότοπο

<http://www.cise.ufl.edu/~sahni/cop3530/> (σελίδα
του καθ. Sartaj Sahni για το μάθημα των Δομών
Δεδομένων)

Ερυθρόμαυρα (Red Black) Δέντρα

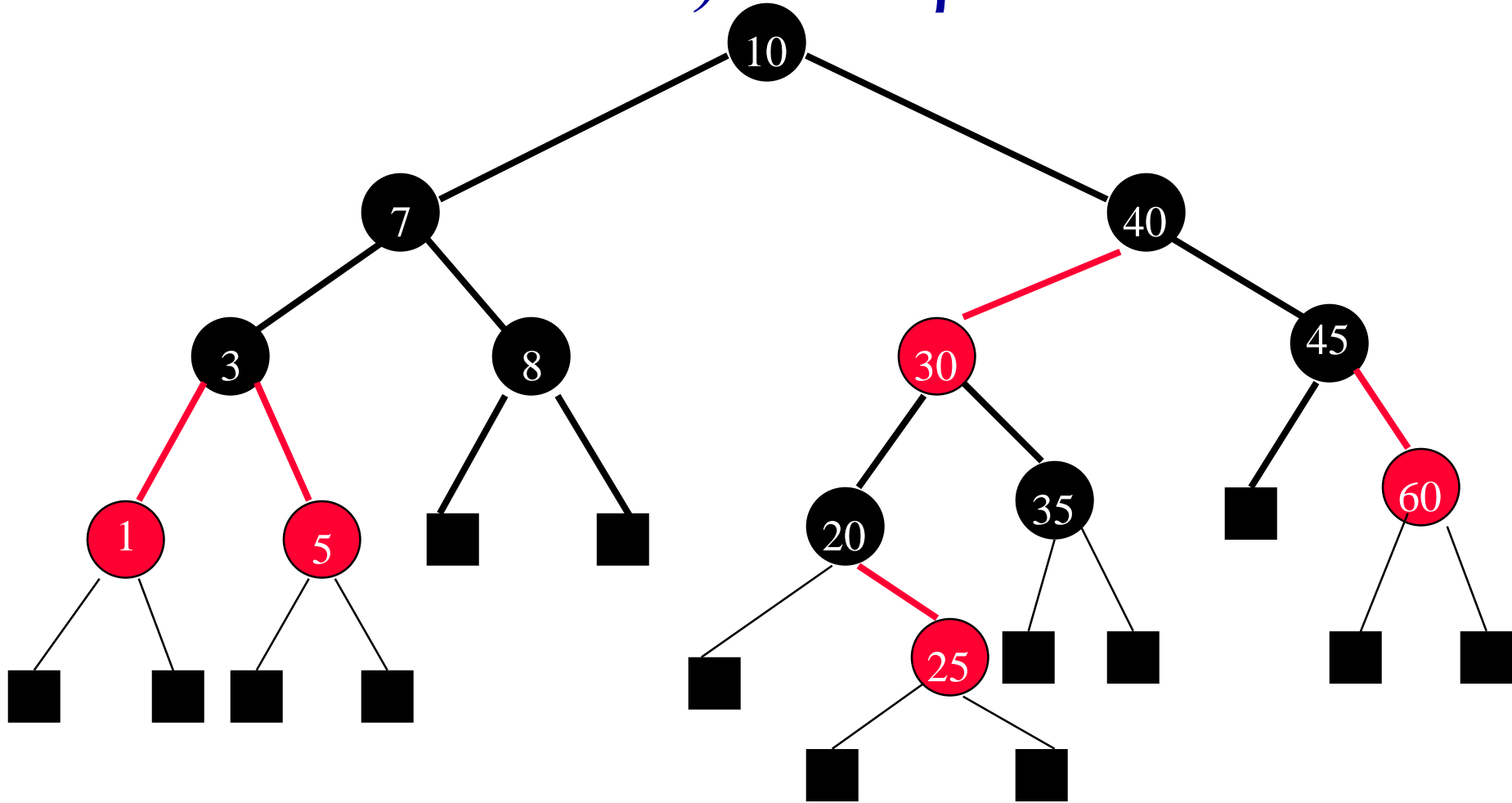
- Ορισμός
- Δυαδικό δέντρο αναζήτησης
- Κάθε κόμβος χρωματίζεται κόκκινος ή μαύρος.
- Η ρίζα και όλοι οι εξωτερικοί κόμβοι είναι μαύροι.
- Σε κανένα μονοπάτι από τη ρίζα προς τους εξωτερικούς κόμβους δεν υπάρχουν διαδοχικοί κόκκινοι κόμβοι.
- Όλα τα μονοπάτια από τη ρίζα στους εξωτερικούς κόμβους έχουν το ίδιο πλήθος μαύρων κόμβων.

Ερυθρόμαυρα (Red Black) Δέντρα

Εναλλακτικός ορισμός

- Δυαδικό δέντρο αναζήτησης.
- Οι δείκτες προς τα παιδιά χρωματίζονται κόκκινοι ή μαύροι.
- Οι δείκτες προς τους εξωτερικούς κόμβους είναι μαύροι.
- Κανένα μονοπάτι από τη ρίζα προς ένα εξωτερικό κόμβο δεν έχει διαδοχικούς κόκκινους δείκτες.
- Κάθε μονοπάτι από τη ρίζα προς ένα εξωτερικό κόμβο έχει το ίδιο πλήθος μαύρων δεικτών.

Παράδειγμα - Ερυθρόμαυρα (Red Black) Δέντρα



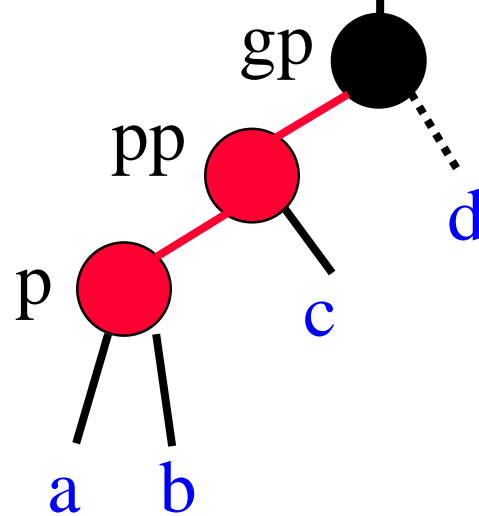
Ιδιότητες

- Μήκος μονοπατιού από τη ρίζα σε εξωτερικό κόμβο: το πλήθος των δεικτών στο μονοπάτι
- Αν P και Q δύο οποιαδήποτε τέτοια μονοπάτια:
 $\text{Μήκος}(P) \leq 2 * \text{Μήκος}(Q)$
- Αν n οι (εσωτερικοί) κόμβοι του δέντρου, h το ύψος του δέντρου και r είναι το πλήθος των μαύρων δεικτών στα μονοπάτια από τη ρίζα προς τους εξωτερικούς κόμβους:
 - $h \leq 2r$
 - $n \geq 2^r - 1$
 - $h \leq 2\log_2(n+1)$.

Εισαγωγή νέου στοιχείου

- Εισαγωγή του νέου κόμβου στο ερυθρόμαυρο δέντρο με τη μέθοδο που έχουμε δει στα αζύγιστα δυαδικά δέντρα αναζήτησης.
- Τι χρώμα θα έχει ο νέος κόμβος;
 - Μαύρος κόμβος => ένα μονοπάτι από τη ρίζα προς εξωτερικό κόμβο έχει ένα επιπλέον μαύρο κόμβο (μαύρο δείκτη).
 - Δύσκολη η διόρθωση.
 - Κόκκινος κόμβος => ένα μονοπάτι από τη ρίζα προς εξωτερικό κόμβο μπορεί να έχει δύο διαδοχικούς κόμβους κόκκινους nodes (pointers).
 - Η κατάσταση μπορεί να διορθωθεί με εναλλαγές χρωμάτων και περιστροφές

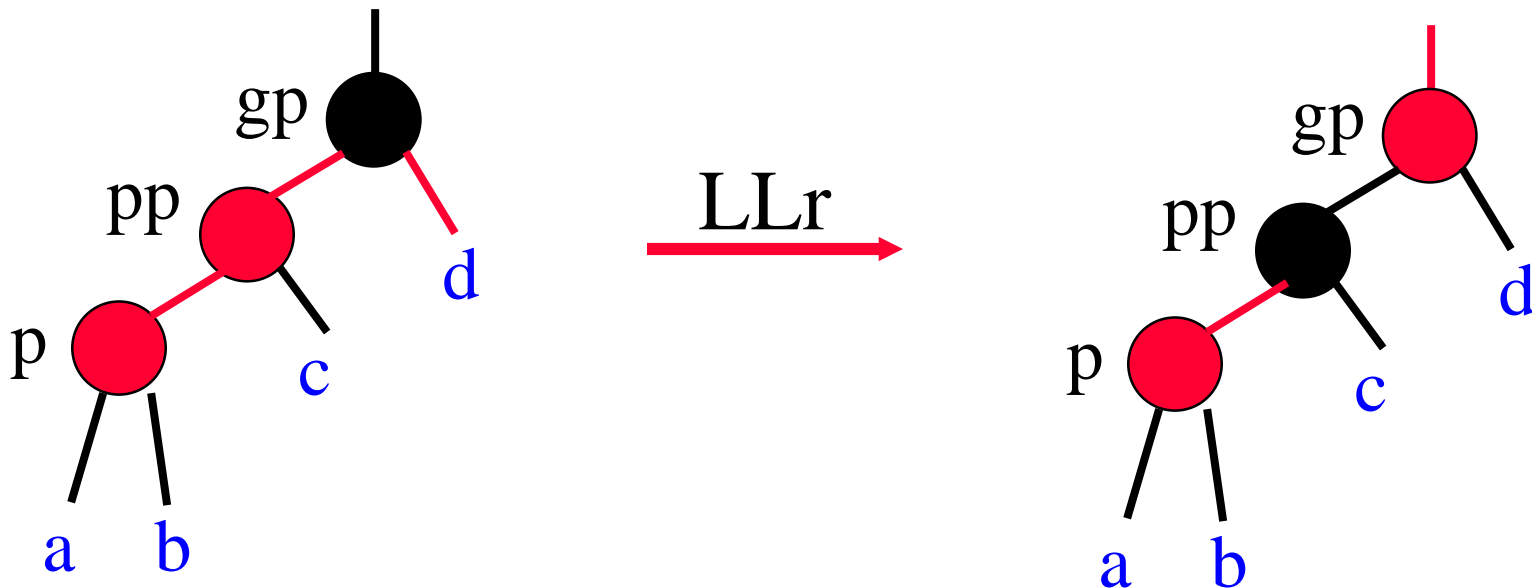
Κατηγοριοποίηση των δύο κόκκινων κόμβων/δεικτών



- XYZ
 - $X \Rightarrow$ σχέση μεταξύ gp και pp .
 - pp αριστερά του $gp \Rightarrow X = L$.
 - $Y \Rightarrow$ σχέση μεταξύ του pp και p .
 - p δεξί παιδί του $pp \Rightarrow Y = R$.
 - $z = b$ (black) αν $d =$ μαύρος κόμβος.
 - $z = r$ (red) αν $d =$ κόκκινος κόμβος.

XYr

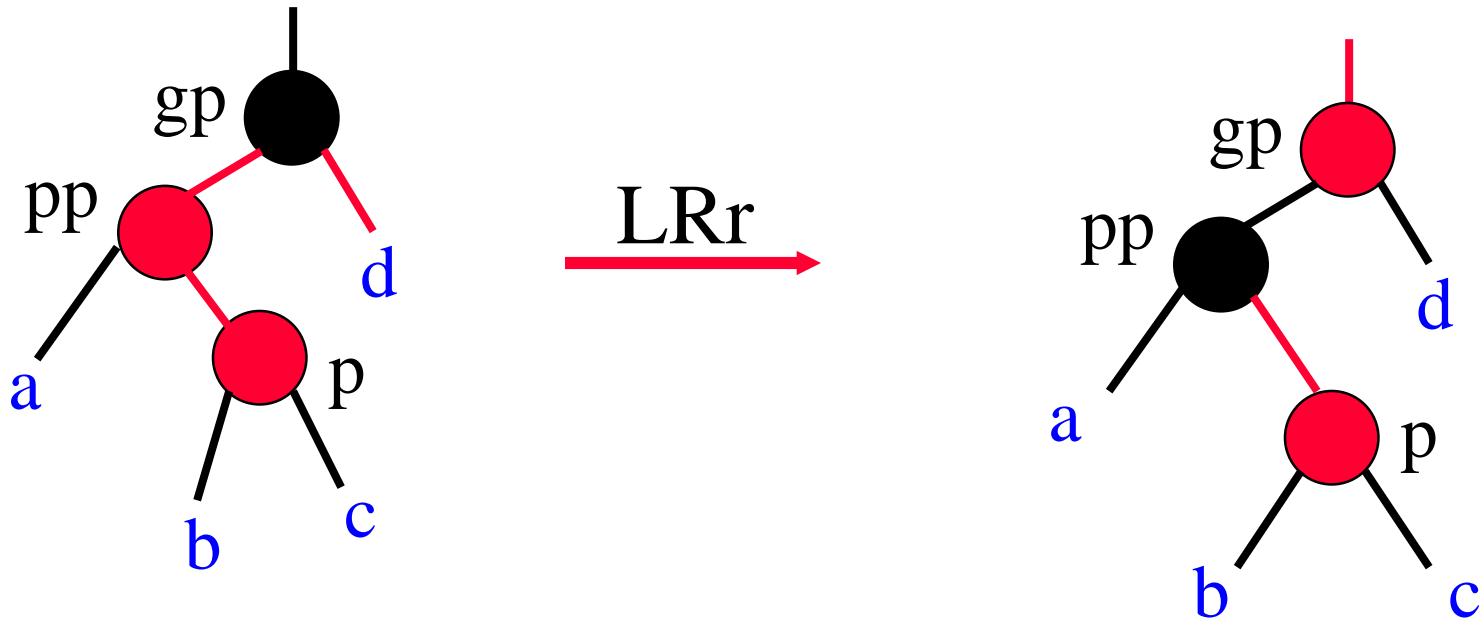
- Εναλλαγή χρωμάτων.



- Μετακίνησε **p**, **pp**, and **gp** δύο επίπεδα επάνω.
- Συνέχισε την επαναζύγισση αν είναι απαραίτητο.

XYr

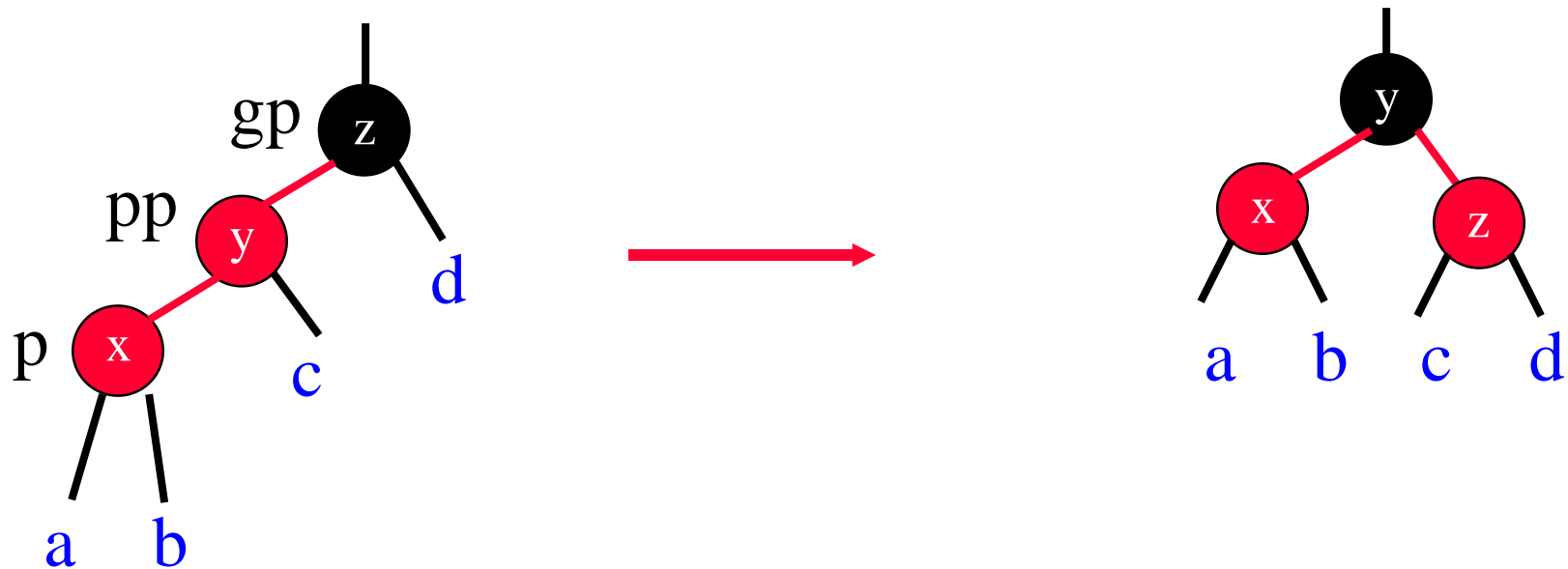
- Εναλλαγή χρωμάτων.



- Μετακίνησε **p**, **pp**, and **gp** δύο επίπεδα επάνω.
- Συνέχισε την επαναζύγισση αν είναι απαραίτητο.

LLb

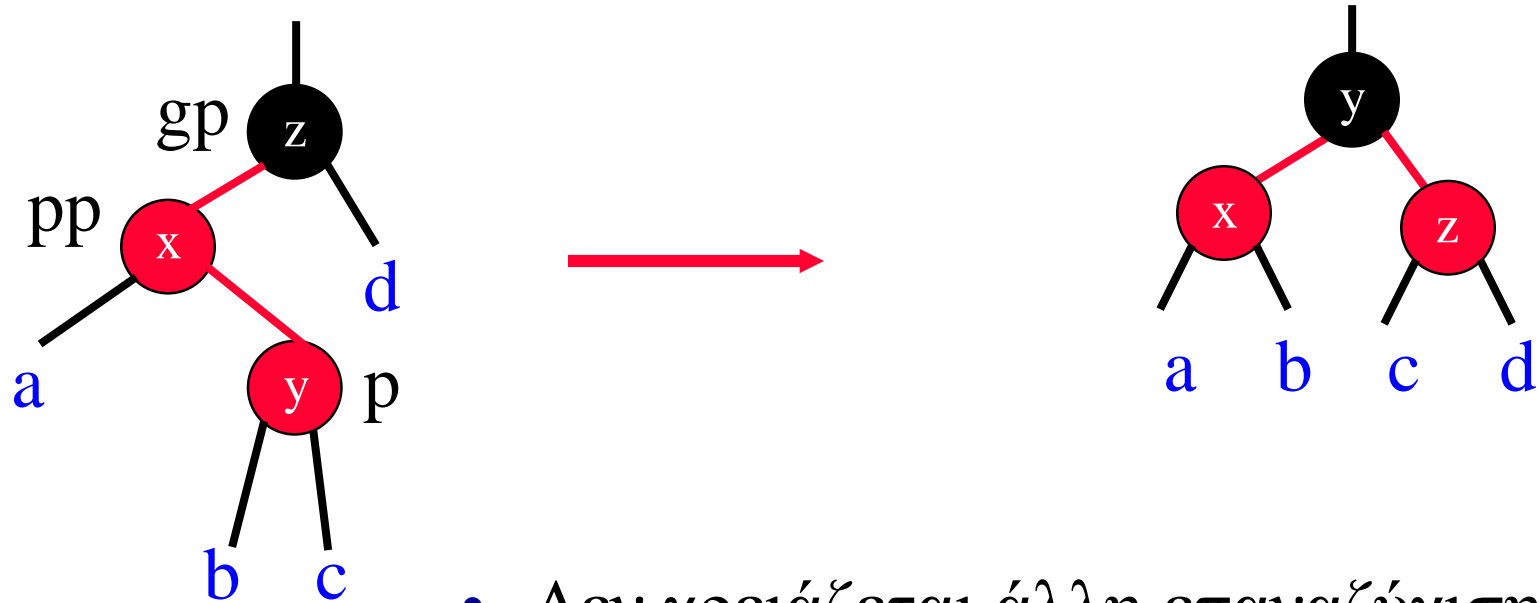
- Περιστροφή.



- Δεν χρειάζεται άλλη επαναζύγισση
- Ίδια με την περιστροφή LL του AVL δέντρου.

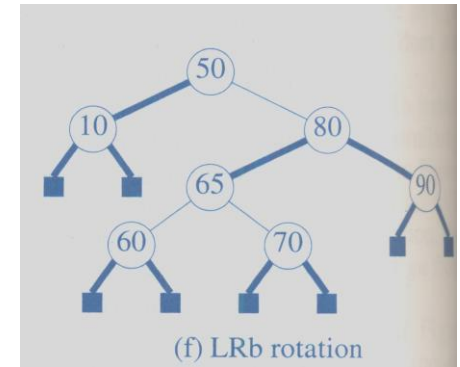
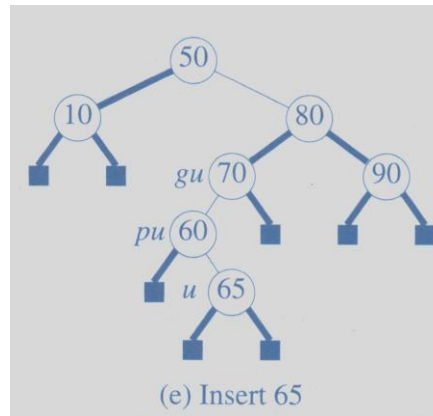
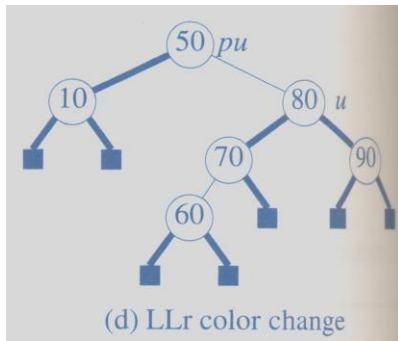
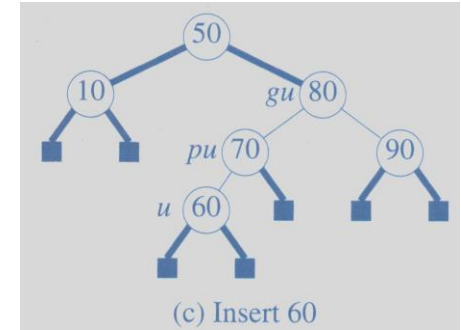
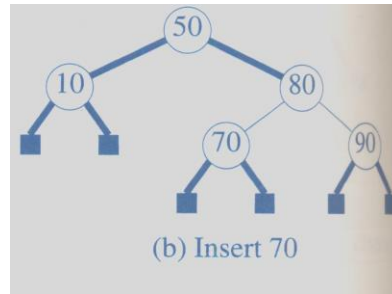
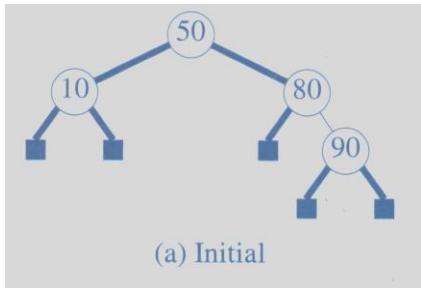
LRb

- Περιστροφή.

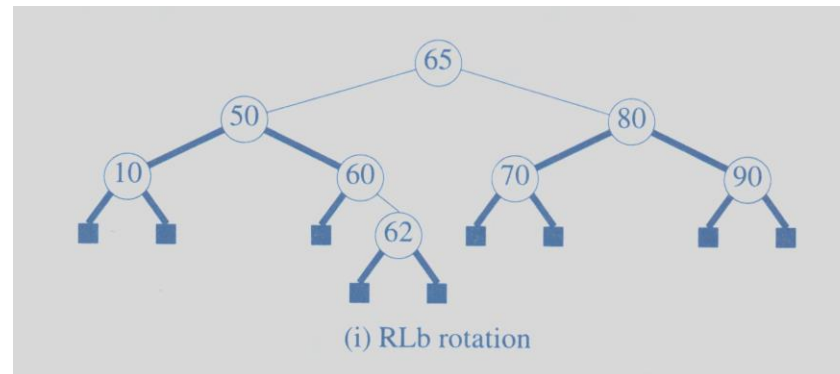
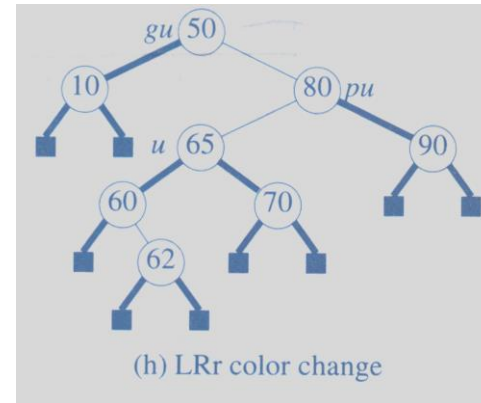
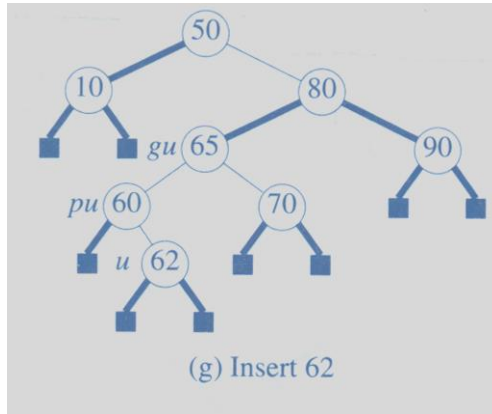


- Δεν χρειάζεται άλλη επαναζύγισση
- Ίδια με τη περιστροφή LR rotation του AVL δέντρου.
- RRb και RLb είναι συμμετρικές.

Παράδειγμα



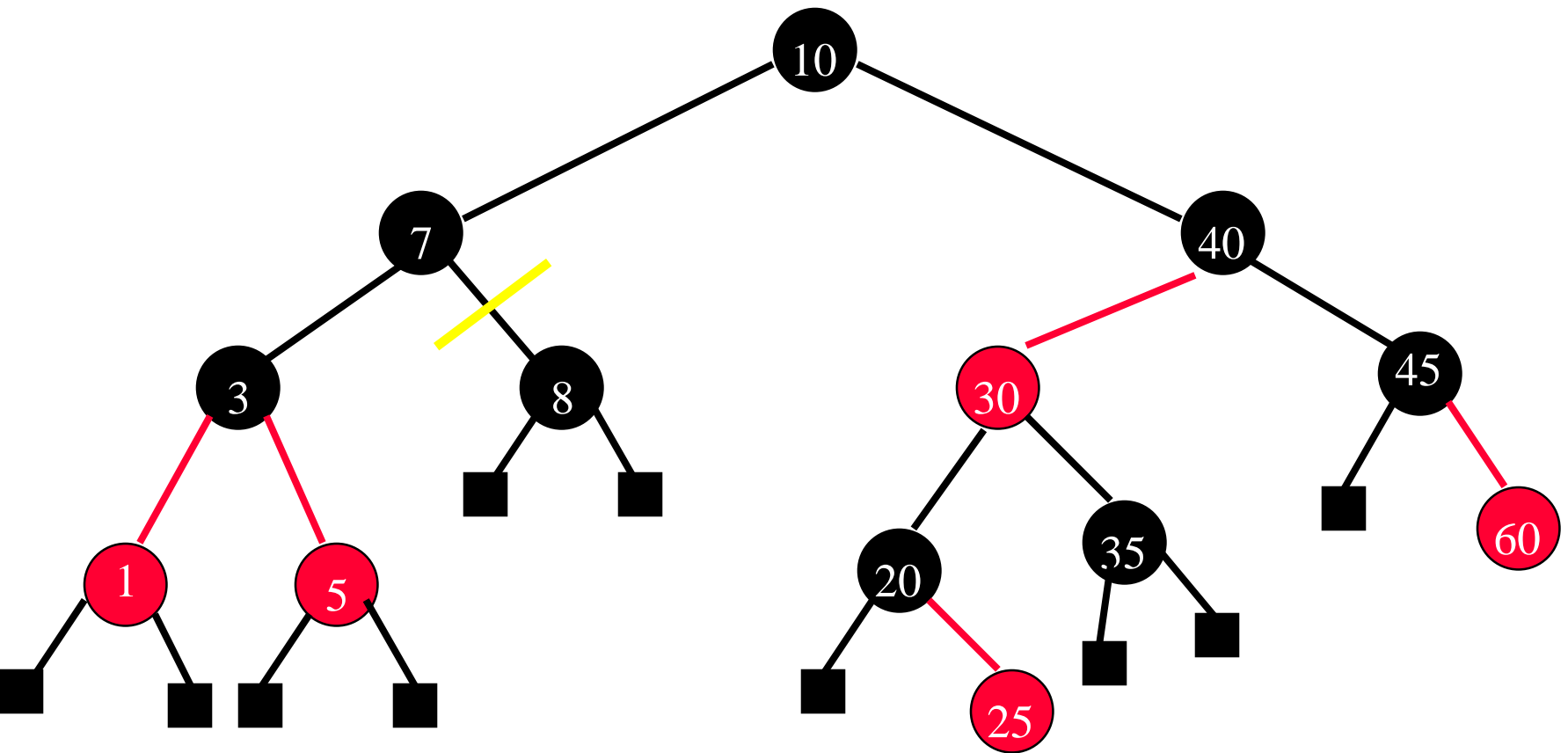
Παράδειγμα



Διαγραφή

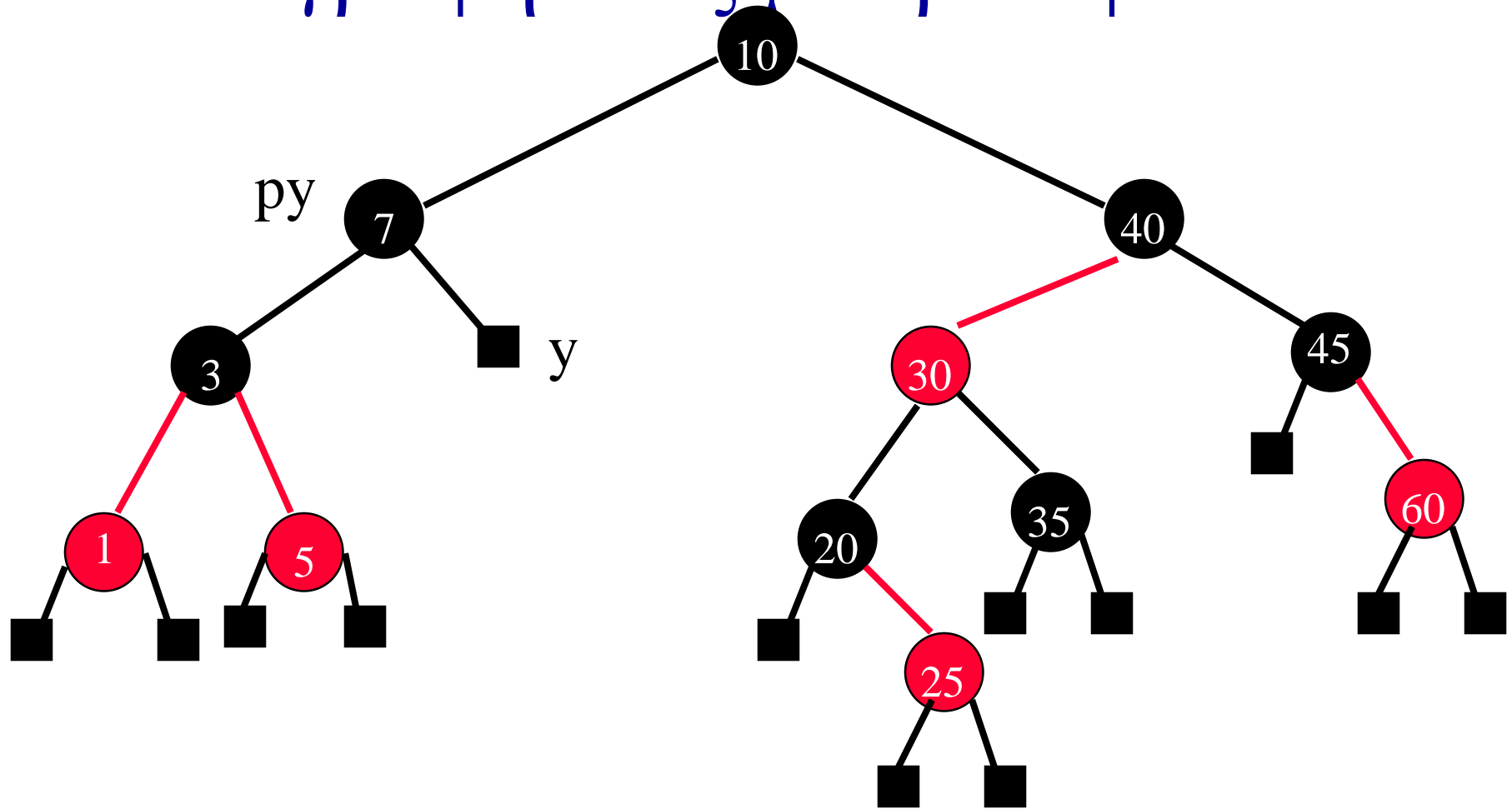
- Η διαγραφή γίνεται όπως και στα αζυγιστα δυαδικά δέντρα αναζήτησης.
- Στην ουσία, μόνο κόμβοι βαθμού 1 διαγράφονται από το δέντρο
- Αν κόκκινος κόμβος διαγραφεί, δεν χρειάζεται επαναζύγισση.
- Αν ο μαύρος κόμβος διαγραφεί, ένα μονοπάτι από τη ρίζα προς εξωτερικό κόμβο έχει ένα μαύρο κόμβο (δείκτη) λιγότερο.

Διαγραφή ενός μαύρου φύλλου



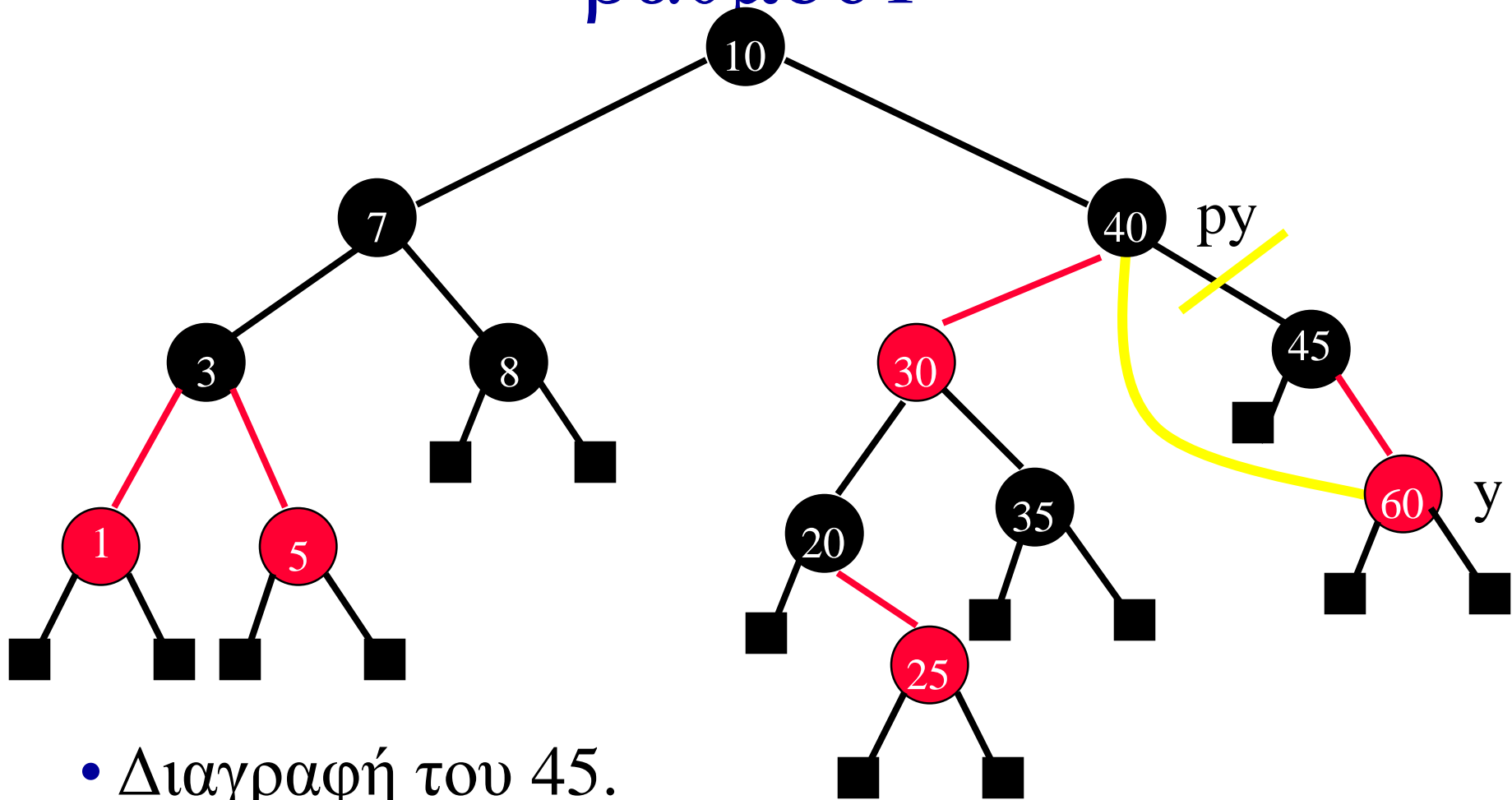
- Διαγραφή του 8.

Διαγραφή ενός μαύρου φύλλου



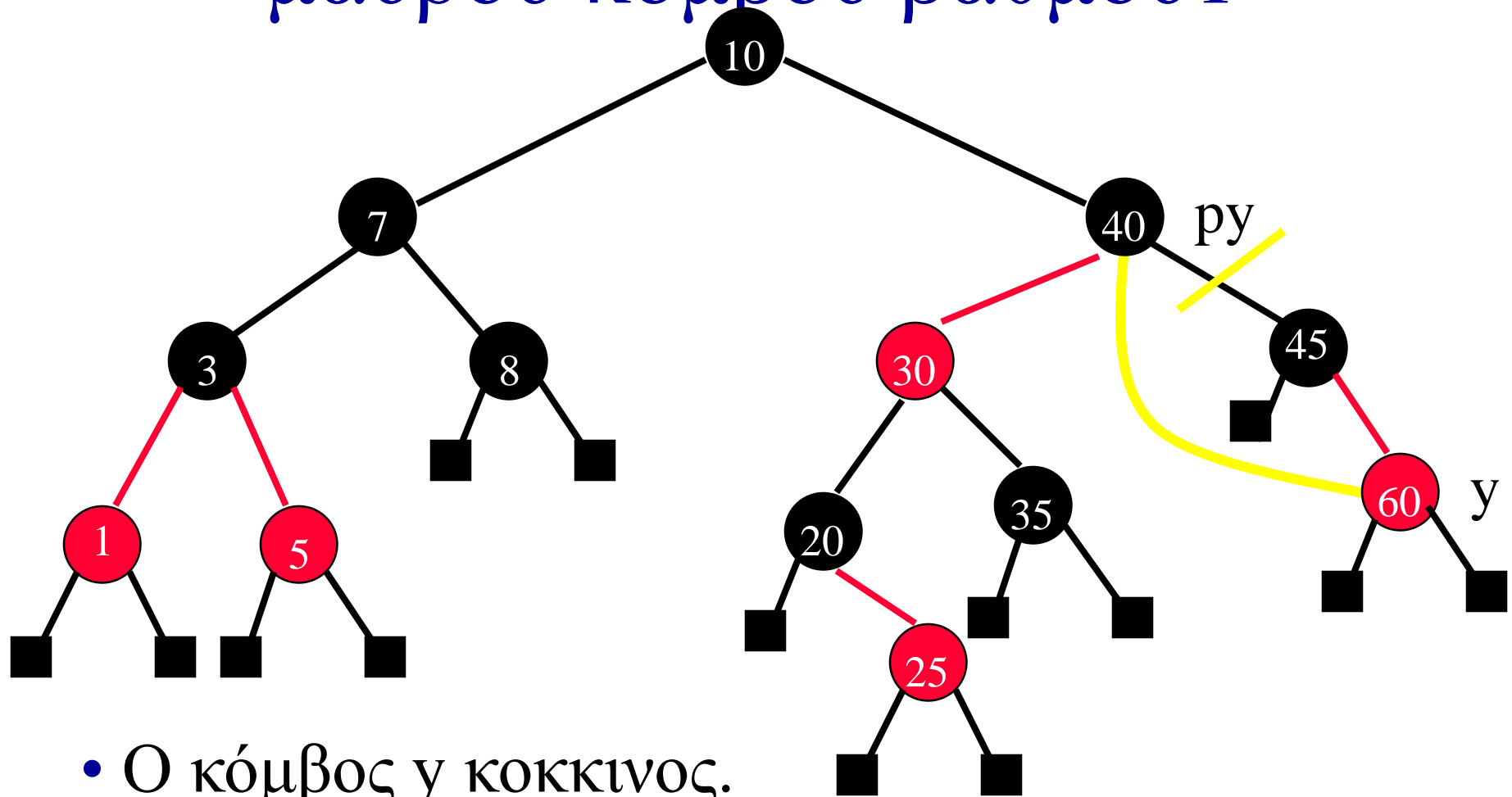
- Το μονοπάτι 10-7-y έχει ένα μαύρο κόμβο λιγότερο σε σχέση με τα υπόλοιπα μονοπάτια από τη ρίζα προς τους εξωτερικούς κόμβους.
- py: ο πατέρας του y.

Διαγραφή ενός μαύρου κόμβου βαθμού 1



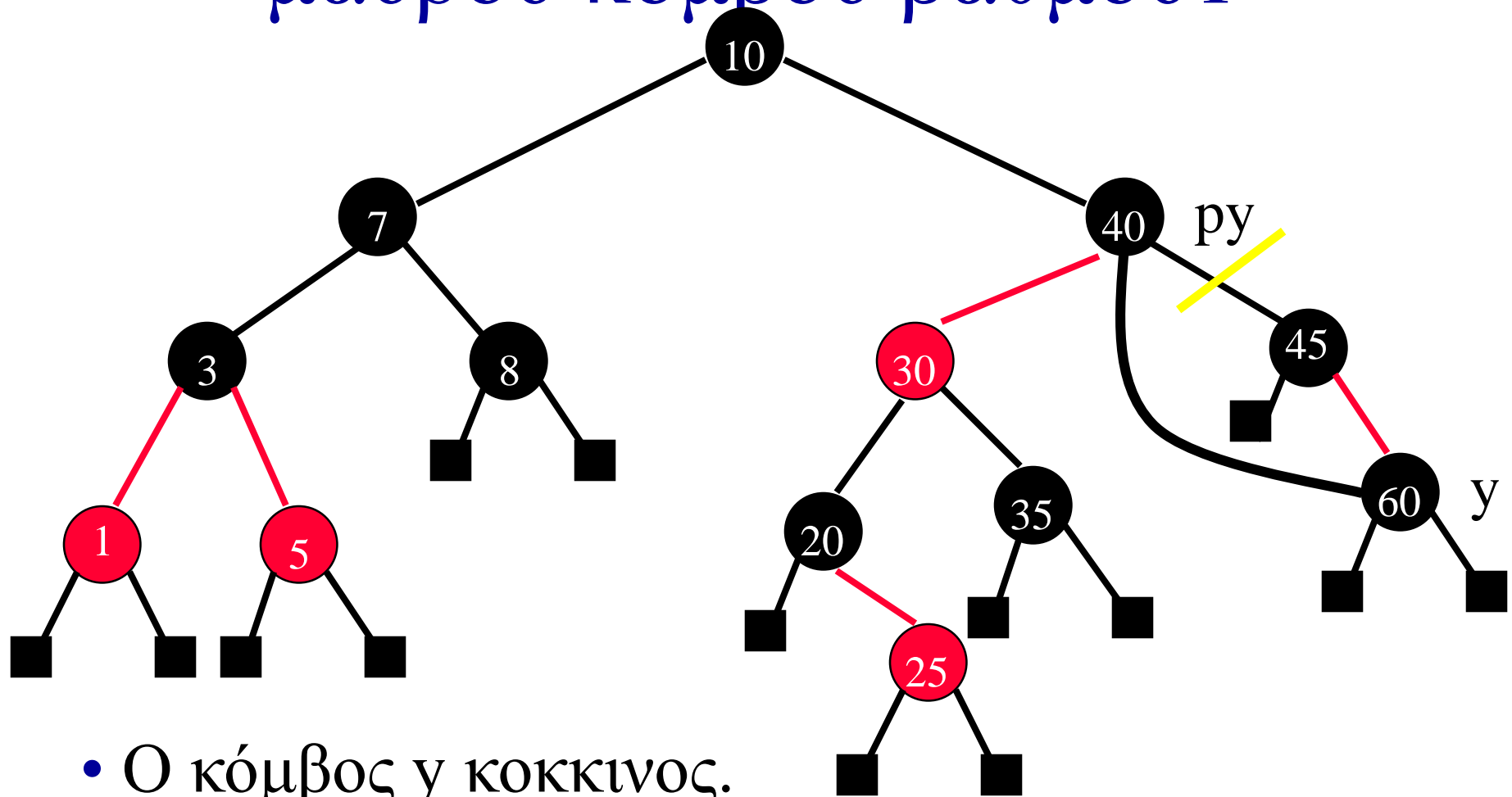
- Διαγραφή του 45.
- Το μονοπάτι 10-40-60 έχει ένα μαύρο κόμβο λιγότερο σε σχέση με τα υπόλοιπα μονοπάτια.

Επαναζύγιση μετά τη διαγραφή ενός μαύρου κόμβου βαθμού 1



- Ο κόμβος y κοκκινός.
- Επαναζύγιση με αλλαγή του χρώματος του κόμβου y

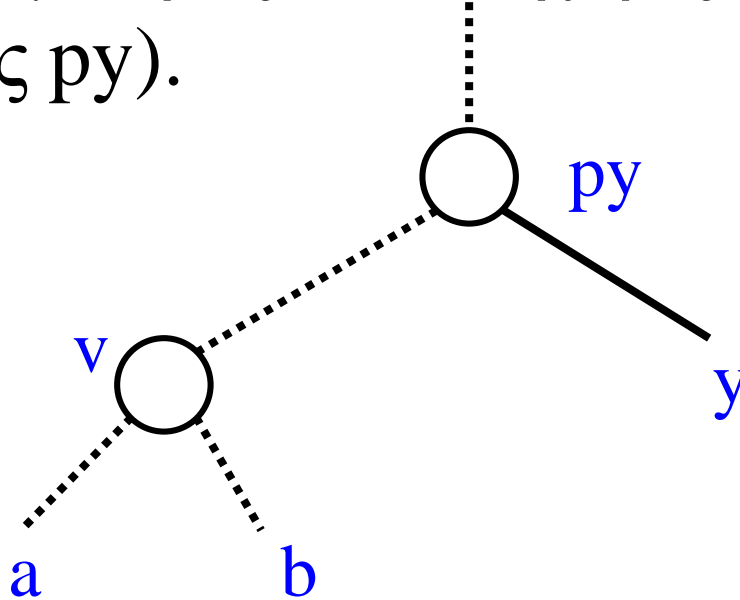
Επαναζύγιση μετά τη διαγραφή ενός μαύρου κόμβου βαθμού 1



- Ο κόμβος y κοκκινός.
- Επαναζύγιση με αλλαγή του χρώματος του κόμβου y

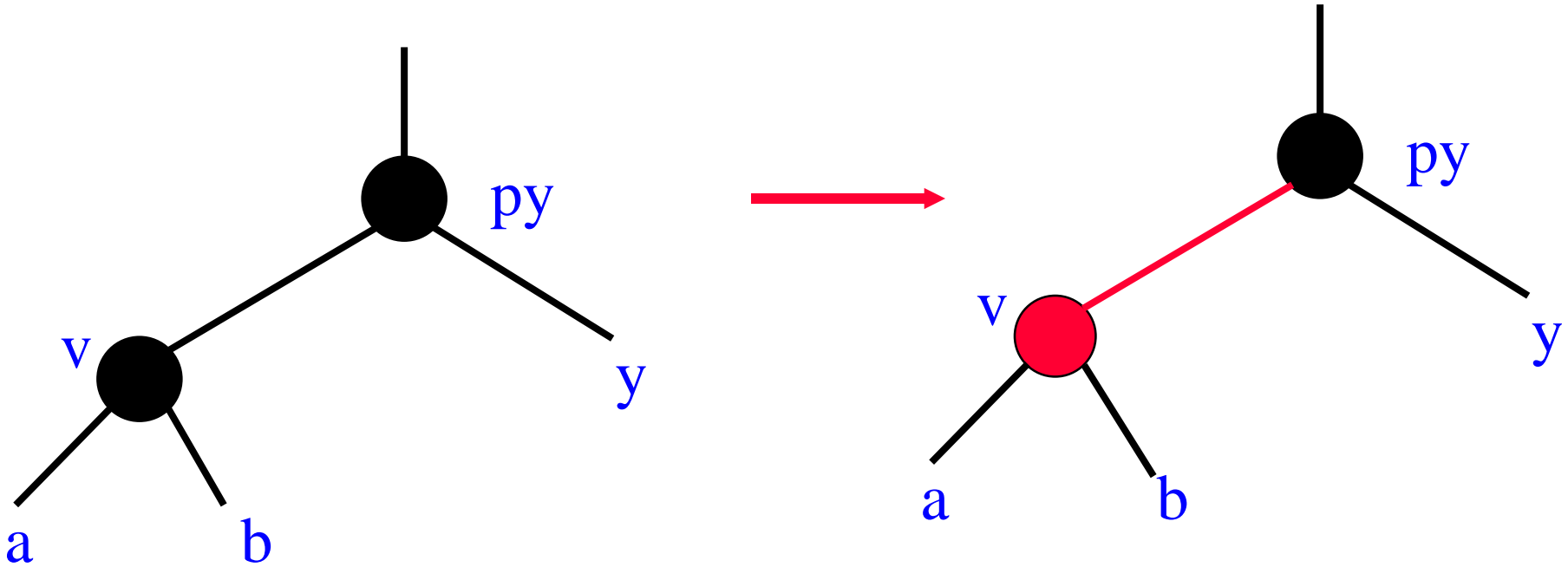
Τεχνικές επαναζύγισης

- y είναι μαύρος αλλά όχι ρίζα (υπάρχει ο κόμβος py).



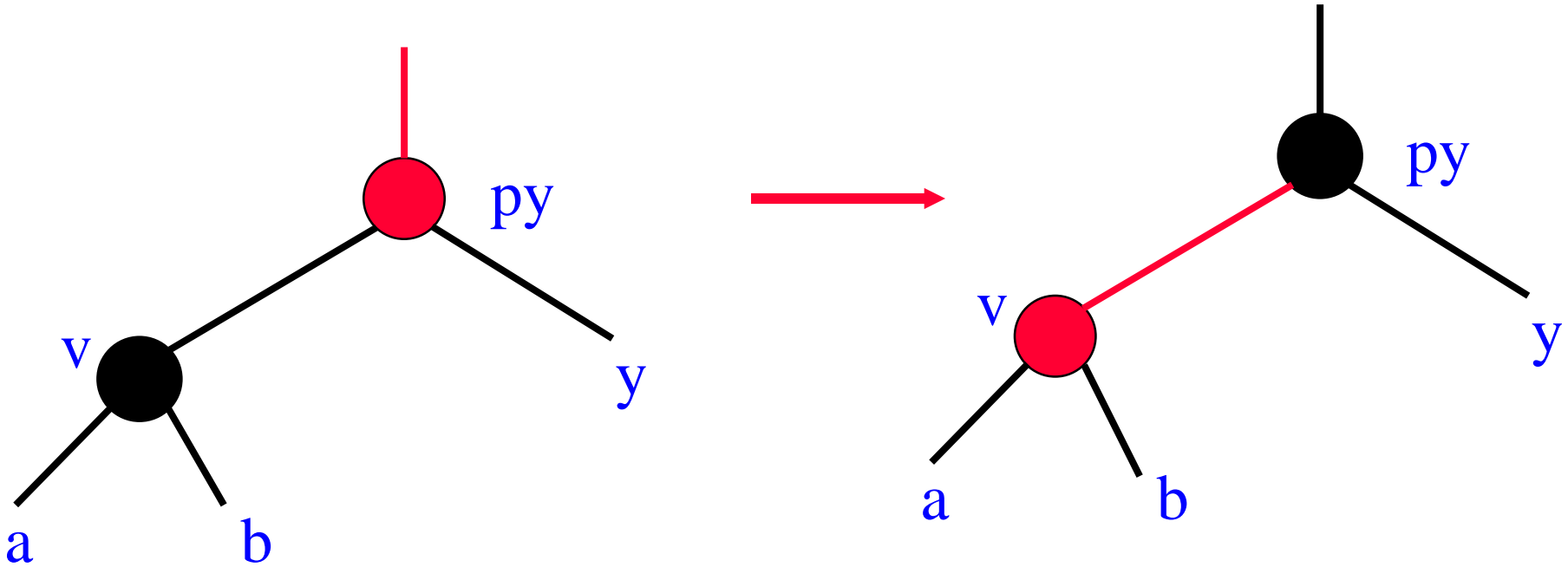
- Xcn
 - y είναι δεξί παιδί του $py \Rightarrow X = R$.
 - Δείκτης στο v είναι μαύρος $\Rightarrow c = b$.
 - v έχει ένα κόκκινο παιδί $\Rightarrow n = 1$.

Rb0 (Περίπτωση 1)



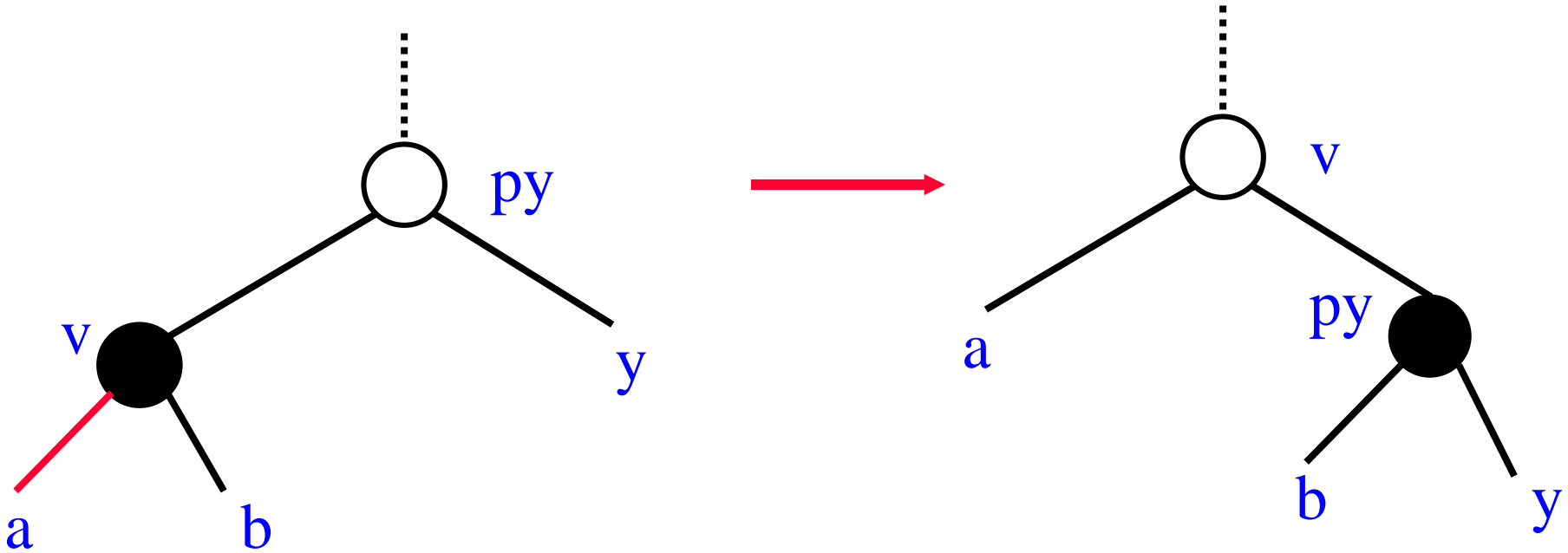
- Αλλαγή χρώματος.
- Τώρα, το πρόβλημα μεταφέρεται στο κόμβο **py** .
- Συνέχιση της επαναζύγισης
- Το παλαιό **py** γίνεται το νέο **y**.

Rb0 (Περίπτωση 2)



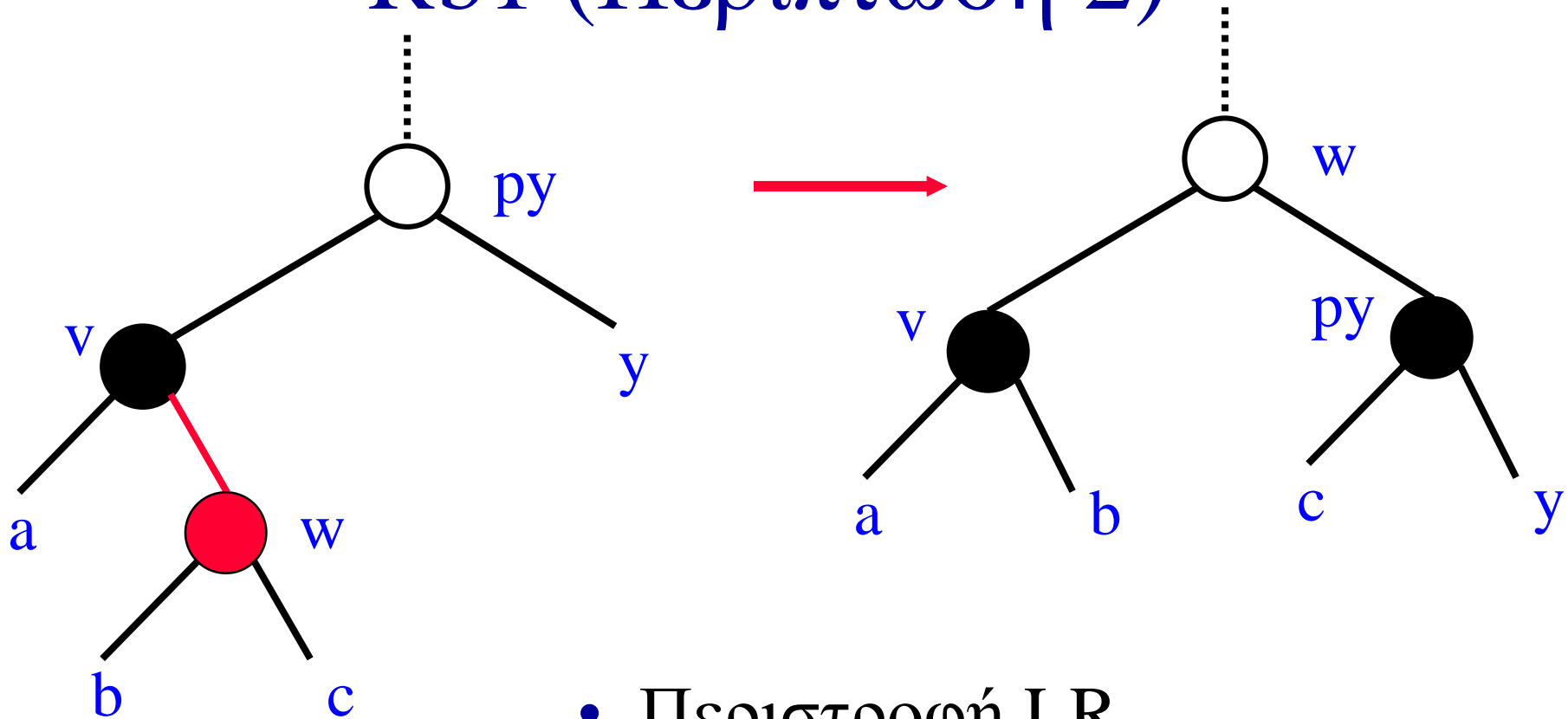
- Αλλαγή χρώματος.
- Το πρόβλημα επιλύεται.
- Δεν χρειάζεται άλλη επαναζύγισση

Rb1 (Περίπτωση 1)



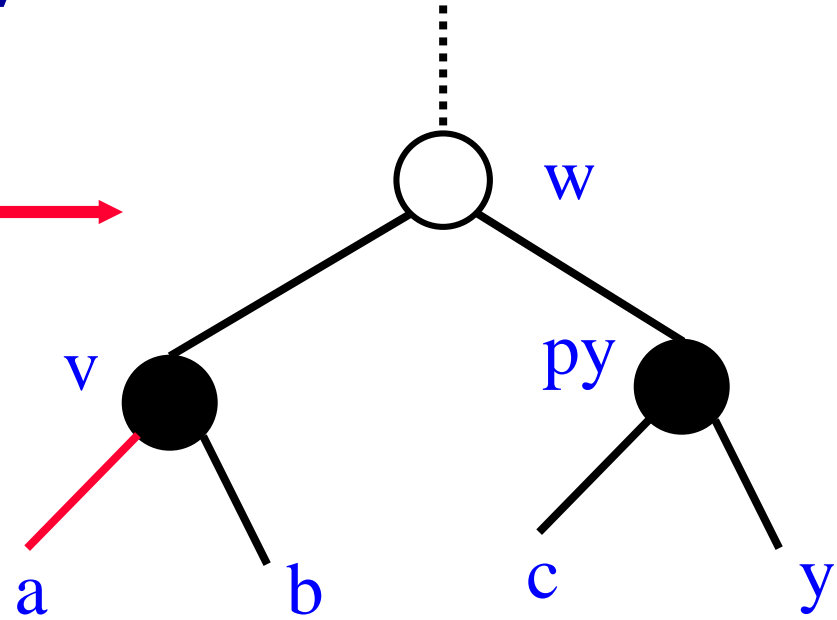
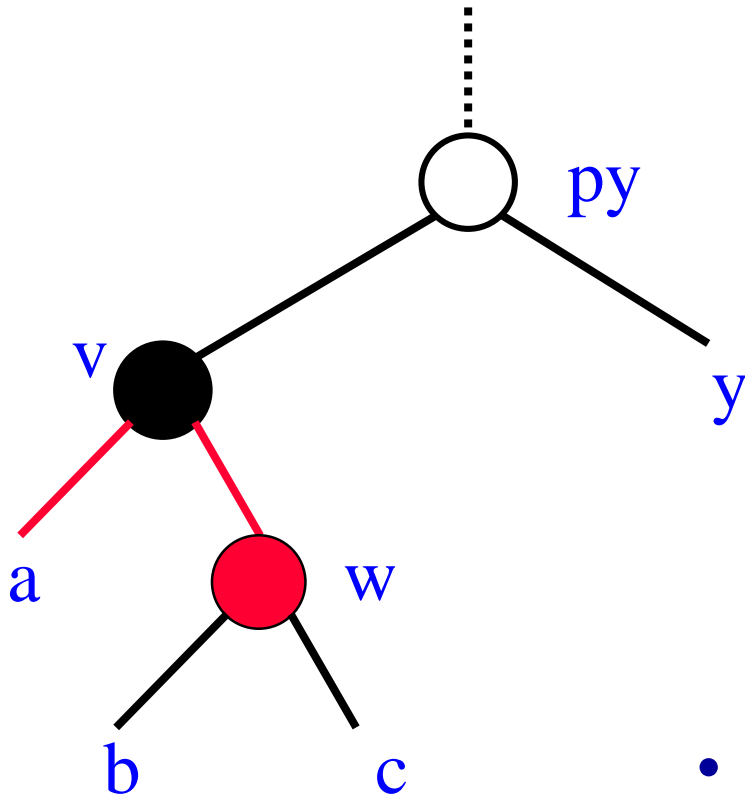
- Περιστροφή LL.
- Το πρόβλημα επιλύεται.

Rb1 (Περίπτωση 2)



- Περιστροφή LR.
- Το πρόβλημα επιλύεται.

Rb2

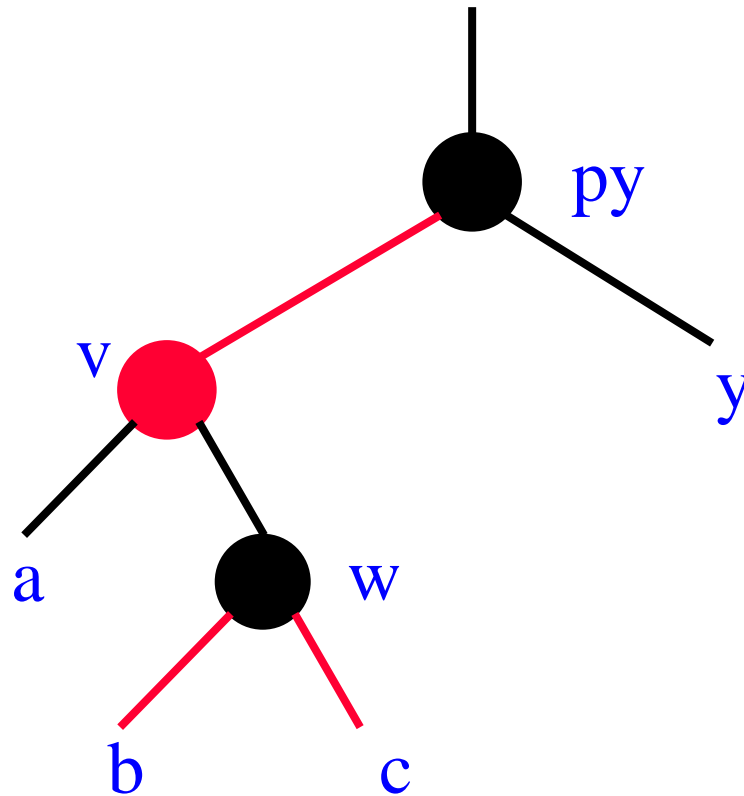


- Περιστροφή LR.
- Το πρόβλημα επιλύεται.

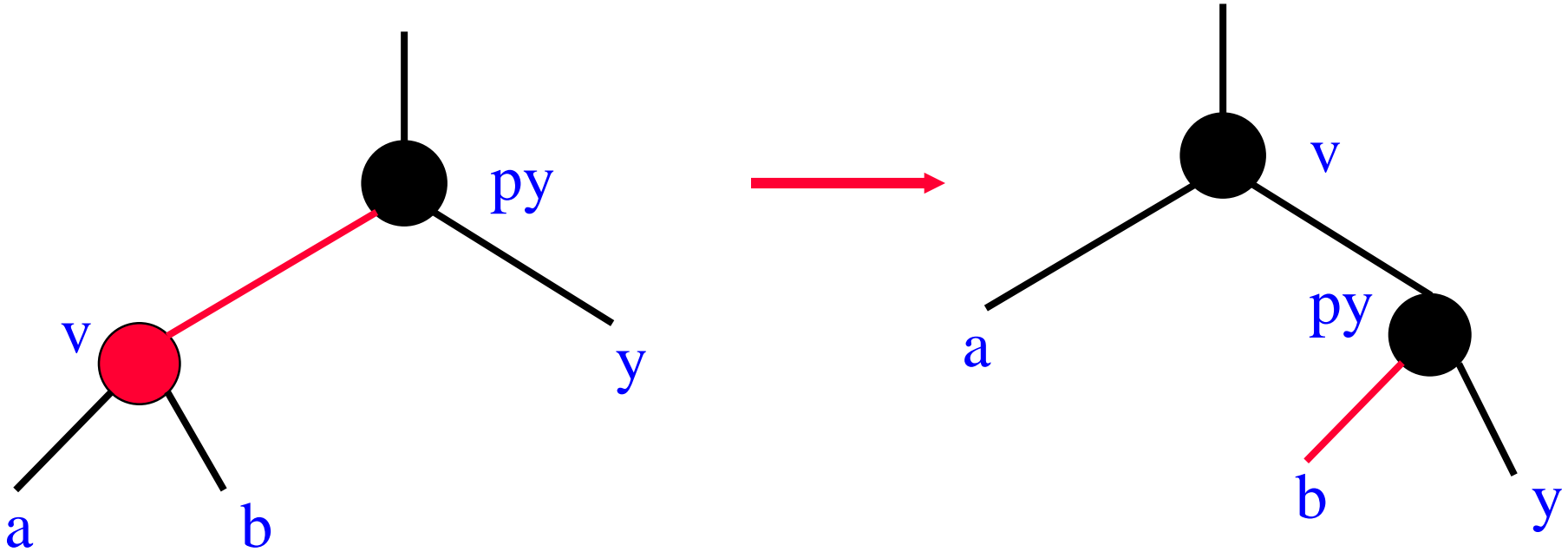
Rr(n)

- $n =$ πλήθος των κόκκινων παιδιών του w .

Rr(2)

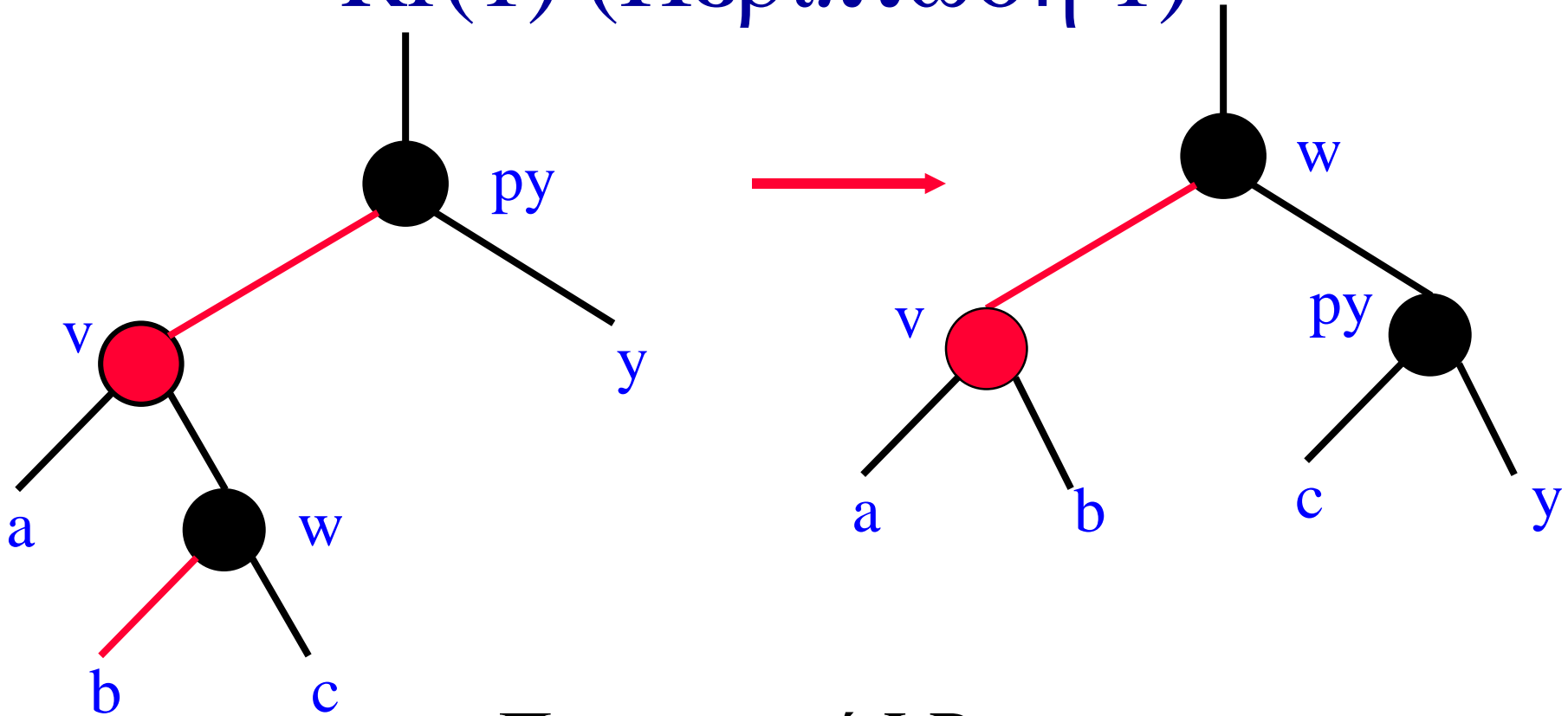


Rr(0)



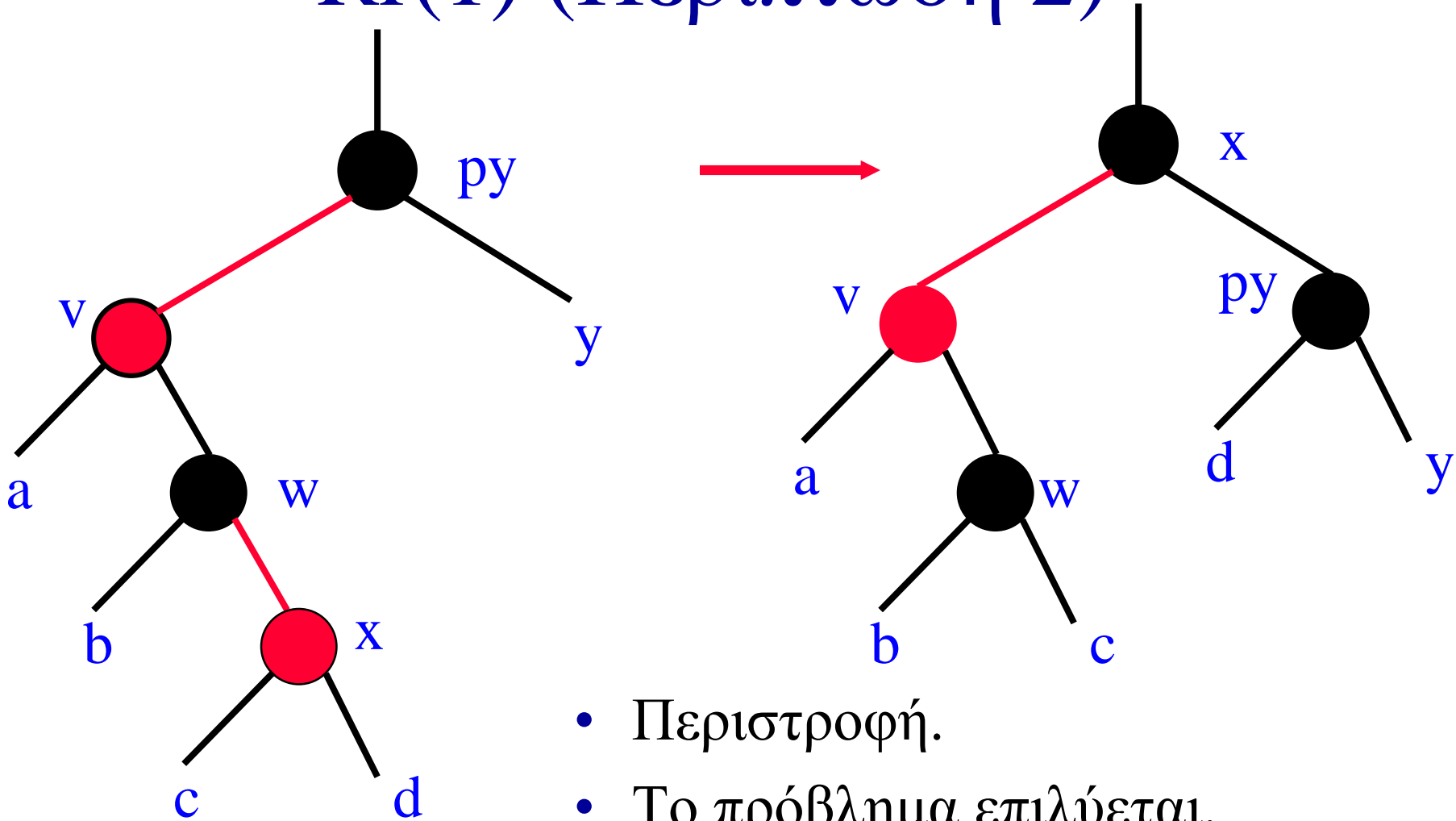
- Περιστροφή LL.
- Το πρόβλημα επιλύεται

Rr(1) (Περίπτωση 1)



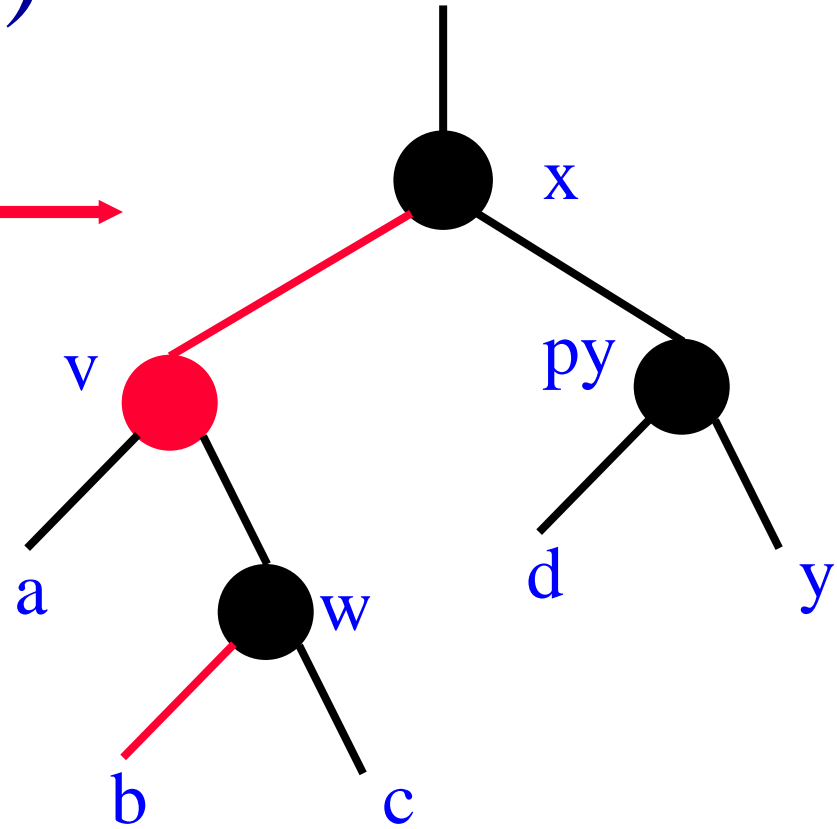
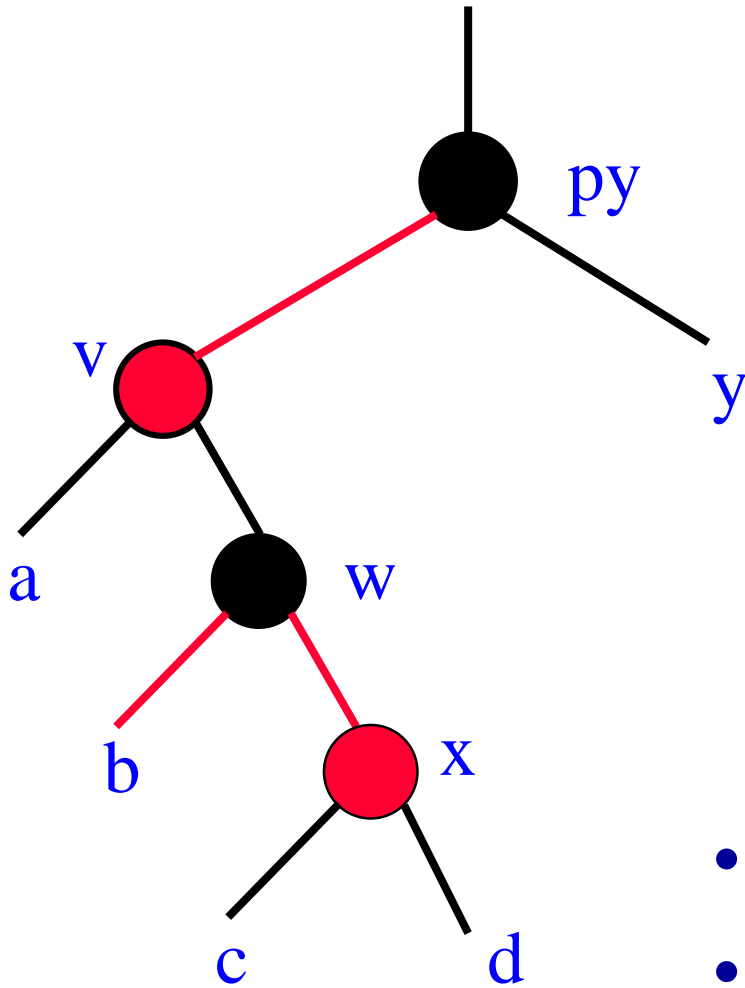
- Περιστροφή LR.
- Το πρόβλημα επιλύεται.

Rr(1) (Περίπτωση 2)



- Περιστροφή.
- Το πρόβλημα επιλύεται.

Rr(2)



- Περιστροφή.
- Το πρόβλημα επιλύεται.

Παράδειγμα

