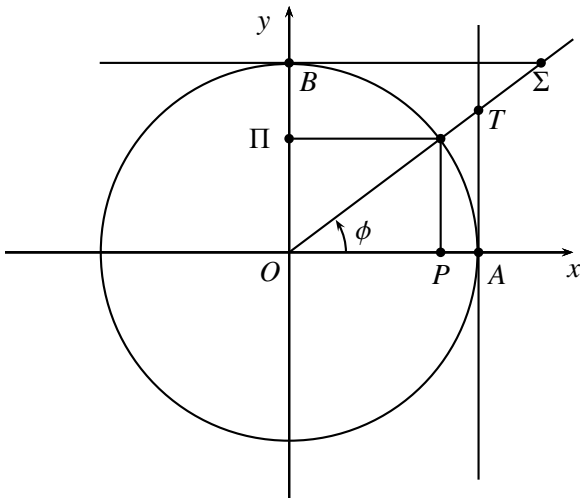


## Βασική τριγωνομετρία

### Τριγωνομετρικοί αριθμοί

Έστω ο τριγωνομετρικός κύκλος, δηλαδή ο κύκλος ακτίνας 1, με κέντρο την αρχή των ορθογώνιων αξόνων (βλ. επόμενο σχήμα)



Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας γωνίας (ή τόξου)  $\phi$  ορίζονται ως εξής:

- **Ημίτονο:**  $\sin \phi = OP$
- **Συνημίτονο:**  $\cos \phi = OP$
- **Εφαπτομένη:**  $\operatorname{tg} \phi = AT$
- **Συνεφαπτομένη:**  $\operatorname{ctg} \phi = B\Sigma$

### Βασικοί τύποι

- $\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1$
- $\operatorname{tg} \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi}$ ,  $\operatorname{ctg} \phi = \frac{\cos \phi}{\sin \phi}$ ,  $\operatorname{tg} \phi \cdot \operatorname{ctg} \phi = 1$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \phi = \frac{1}{\cos^2 \phi}$
- $\cos(-\phi) = \cos \phi$ ,  $\sin(-\phi) = -\sin \phi$
- $\sin(\pi - \phi) = \sin \phi$ ,  $\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$
- $\sin(\pi + \phi) = -\sin \phi$ ,  $\cos(\pi + \phi) = -\cos \phi$
- $\sin(\frac{\pi}{2} - \phi) = \cos \phi$ ,  $\cos(\frac{\pi}{2} - \phi) = \sin \phi$
- $\sin(\frac{\pi}{2} + \phi) = \cos \phi$ ,  $\cos(\frac{\pi}{2} + \phi) = -\sin \phi$

### Τριγωνομετρικοί αριθμοί βασικών γωνιών

$\phi$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin \phi$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos \phi$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
$\operatorname{tg} \phi$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	-
$\operatorname{ctg} \phi$	-	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0

### Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος

1.  $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
2.  $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$
3.  $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
4.  $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
5.  $\operatorname{tg}(a + b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$
6.  $\operatorname{tg}(a - b) = \frac{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b}{1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$
7.  $\operatorname{ctg}(a + b) = \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b - 1}{\operatorname{ctg} a + \operatorname{ctg} b}$
8.  $\operatorname{ctg}(a - b) = \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b + 1}{\operatorname{ctg} a - \operatorname{ctg} b}$

### Τριγωνομετρικοί αριθμοί διπλάσιου τόξου

1.  $\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$
2.  $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$
3.  $\operatorname{tg}(2a) = \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2 a}$
4.  $\operatorname{ctg}(2a) = \frac{\operatorname{ctg}^2 a - 1}{2 \operatorname{ctg} a}$

### Έκφραση ημιτόνου και συνημιτόνου συναρτήσει της εφαπτομένης του μισού τόξου

1.  $\sin \phi = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\phi}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\phi}{2}}$
2.  $\cos \phi = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\phi}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\phi}{2}}$

### Αθροίσματα και γινόμενα τριγωνομετρικών αριθμών

1.  $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$
2.  $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$
3.  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$
4.  $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{b-a}{2}$
5.  $2 \sin a \cos b = \sin(a + b) + \sin(a - b)$
6.  $2 \cos a \cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$
7.  $2 \sin a \sin b = \cos(a - b) - \cos(a + b)$