Κεφάλαιο 1:
Τι κάνει το CDMA να δουλεύει για το smartphone μου;

Καθηγητής Χρήστος Δουληγέρης
E-mail: cdoulig@unipi.gr
Γραφείο: 302

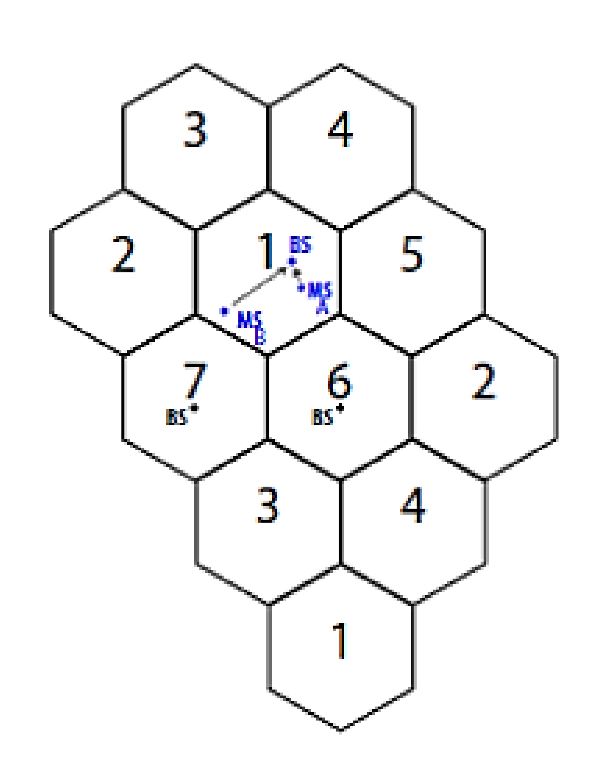
Εισαγωγή

Η αύξηση της χρήσης των ασυρμάτων δικτύων, του διαδικτύου και του παγκόσμιου ιστού τις τελευταίες δεκαετίες, μαζί με την πρόοδο στην κατασκευή των μικροεπεξεργαστών, των υλικών για τις οθόνες αφής, τα πακέτα των μπαταριών, των λογισμικών συστημάτων, των επιχειρησιακών μοντέλων οδηγούν σε αυτήν την καταπληκτική κινητή συσκευή που κρατάτε στο χέρι σας.

Συμβολίζει την ηλικία της διαδικτυωμένης ζωής!!!

Μια σύντομη απάντηση

- Για πάνω από τρείς δεκαετίες εξέλιξης, η θεμελιώδης έννοια της αρχιτεκτονικής των κινητών έχει παραμείνει ουσιαστικά η ίδια. Το σύνολο του χώρου της ανάπτυξης ενός συστήματος χωρίζεται σε μικρότερες περιοχές που ονομάζονται **κυψέλες**, οι οποίες συχνά αναπαριστώνται από εξάγωνα απ' όπου πηγάζει και το όνομα κινητά/κυψελοειδή δίκτυα.
- Υπάρχει ένας **σταθμός βάσης (BS)** σε κάθε κυψέλη, συνδεδεμένος από τη μία μεριά σε **μεταγωγείς** στο κεντρικό δίκτυο και από την άλλη μεριά στους **κινητούς σταθμούς (MS)** που έχουν ανατεθεί σε κάθε κυψέλη.



Ένα τμήμα ενός τυπικού κινητού/κυψελωτού δικτύου με επαναχρησιμοποίηση συχνότητας ίση με 7. Κάθε κελί/κυψέλη είναι ένα εξάγωνο με ένα σταθμό βάσης και πολλαπλούς κινητούς σταθμούς. Μόνο λίγα από αυτά είναι σχεδιασμένα στο σχήμα. Μερικοί κινητοί σταθμοί, όπως ο MS A, βρίσκονται κοντά στο σταθμό βάσης με ισχυρά κανάλια προς το BS. Άλλοι, όπως ο MS B, βρίσκονται στην άκρη των κελιών με αδύναμα κανάλια. Η εξασθένηση επιτρέπει την επαναχρησιμοποίηση, καθώς και η μεταβλητότητά της και η αδυναμία ελέγχου της εξασθένησης θέτουν προκλήσεις στο σχεδιασμό κυψελοειδών δικτύων.

Οι διάφορες γενιές της κινητής

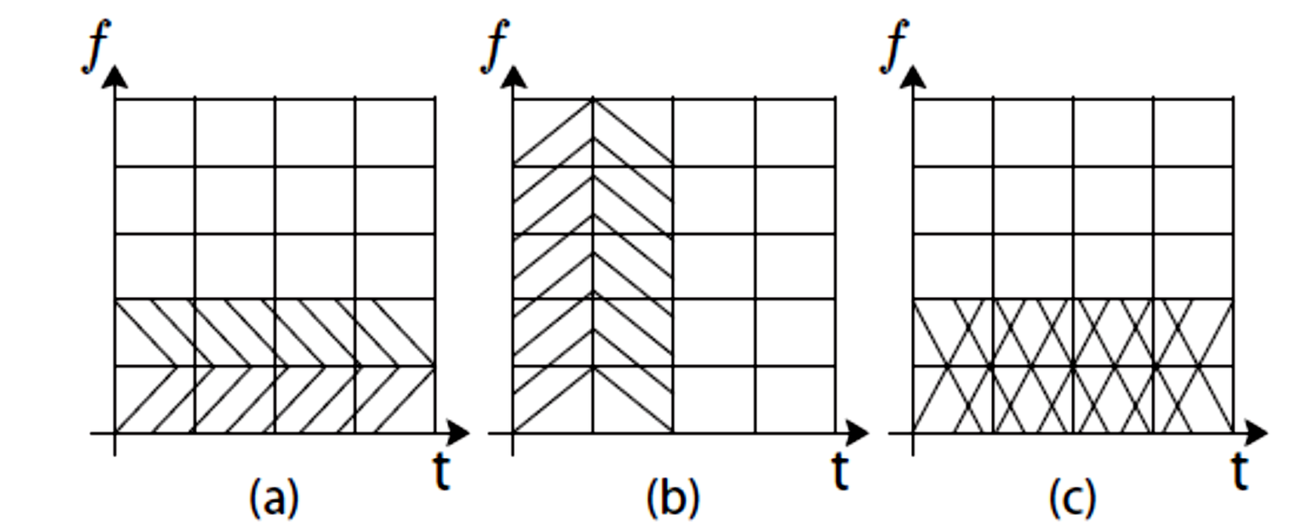
Generations	Access Technology		Data Rate	Frequency Band	Bandwidth	Forward Error Correction	Switching	Applications
1G	Advanced Mobile Phone Service (AMPS) (Frequency Division Multiple Access (FDMA))		2.4 kbps	800 MHz	30 KHz	NA	Circuit	Voice
2G	Global Systems for Mobile communications (GSM) (Time Division Multiple Access (TDMA))		10 kbps	850/900/1800/1900 MHz	200 KHz	NA	Circuit	Voice + Data
	Code Division Multiple Access (CDMA)		10 kbps		1.25 MHz			
2.5G	General Packet Radio Service (GPRS)		50 kbps		200 KHz		Circuit/ Packet	
	Enhanced Data Rate for GSM Evolution (EDGE)		200 kbps		200 KHz			
3G	Wideband Code Division Multiple Access (WCDMA) / Universal Mobile Telecommunications Systems (UMTS)		384 kbps	800/850/900/ 1800/1900/ 2100 MHz	5 MHz	Turbo Codes	Circuit/ Packet	Voice + Data + Video calling
	Code Division Multiple Access (CDMA) 2000		384 kbps		1.25 MHz		Circuit/ Packet	
3.5G	High Speed Uplink / Downlink Packet Access (HSUPA / HSDPA)		5-30 Mbps		5 MHz		Packet	
	Evolution-Data Optimized (EVDO)		5-30 Mbps		1.25 MHz		Packet	
3.75G	Long Term Evolution (LTE) (Orthogonal / Single Carrier Frequency Division Multiple Access) (OFDMA / SC-FDMA)		100-200 Mbps	1.8GHz, 2.6GHz	1.4MHz to 20 MHz	Concatenated codes	Packet	Online gaming + High Definition Television
	Worldwide Interoperability for Microwave Access (WIMAX)(Scalable Orthogonal Frequency Division Multiple Access(SOFDMA))	Fixed WIMAX	100-200 Mbps	3.5GHz and 5.8GHz initially	3.5MHz and 7MHz in 3.5GHz band; 10MHz in 5.8GHz band			
4G	Long Term Evolution Advanced (LTE-A) (Orthogonal / Single Carrier Frequency Division Multiple Access) (OFDMA / SC-FDMA)		DL 3Gbps UL 1.5Gbps	1.8GHz, 2.6GHz	1.4MHz to 20 MHz	Turbo codes	Packet	Online gaming + High Definition Television
	Worldwide Interoperability for Microwave Access (WIMAX)(Scalable Orthogonal Frequency Division Multiple Access(SOFDMA))	Mobile WIMAX	100-200 Mbps	2.3GHz, 2.5GHz, and 3.5GHz initially	3.5MHz, 7MHz, 5MHz, 10MHz, and 8.75MHz initially			
5G	Beam Division Multiple Access (BDMA) and Non- and quasi-orthogonal or Filter Bank multi carrier (FBMC) multiple access		10-50 Gbps (expected)	1.8, 2.6 GHz and expected 30-300 GHz	60 GHz	Low Density Parity Check Codes (LDPC)	Packet	Ultra High definition video + Virtual Reality applications

Ερώτηση: Πώς μπορούν οι χρήστες στην ίδια κυψέλη να μοιράζονται την ίδια ζώνη συχνοτήτων;

Απάντηση: Υπάρχουν δύο προσεγγίσεις: Η **ορθογώνια** και η **μη-ορθογώνια κατανομή των πόρων**.

- **Ορθογώνια κατανομή:** Σε κάθε χρήστη δίνεται μία μικρή ζώνη συχνοτήτων στην πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας (Frequency Division Multiple Access, FDMA), ή μία χρονοθυρίδα στην πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου (Time Division Multiple Access, TDMA).
- Η κατανομή του κάθε χρήστη είναι διαφορετική από κάθε άλλον (a, b στο σχήμα). Αυτό συχνά οδηγεί σε μη-αποδοτική χρήση των πόρων.

- Μη-ορθογώνια κατανομή: Επιτρέπει σε όλους τους χρήστες να μεταδίδουν την ίδια χρονική στιγμή πάνω στην ίδια ζώνη συχνοτήτων, όπως συμβαίνει και στην πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα (c στο σχήμα).

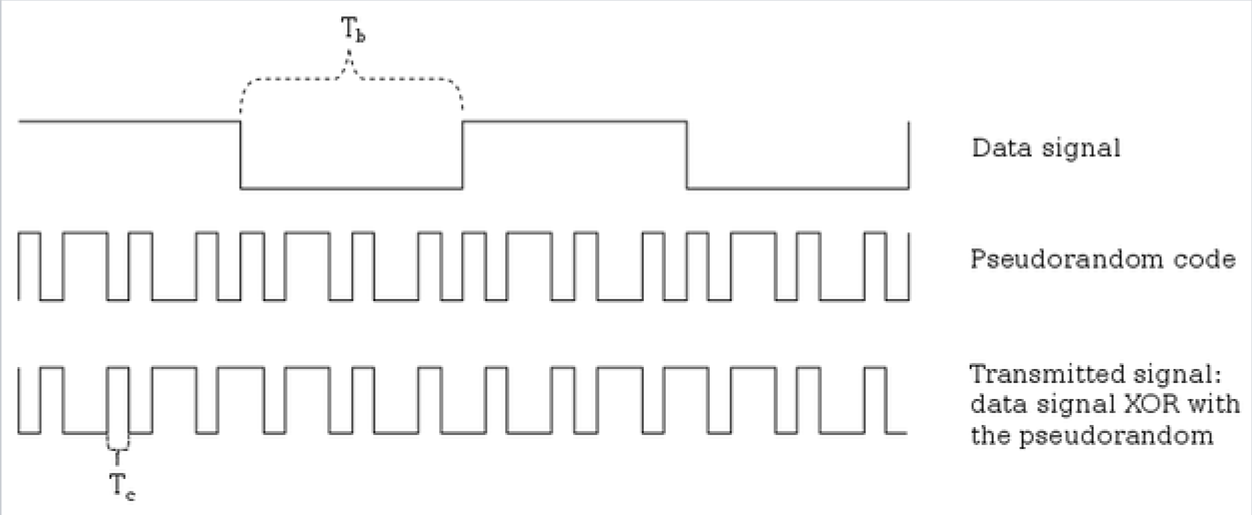


Ένα μέρος του πλέγματος χρόνου-συχνότητας φαίνεται σε κάθε γράφο. (a) Η πολυπλεξία διαίρεσης συχνοτήτων και (b) η πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου είναι κατανομή αφιερωμένων πόρων: κάθε ζώνη συχνοτήτων ή χρονοθυρίδα δίνεται σε έναν χρήστη. Αντίθετα, (c) η πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα είναι κατανομή διαμοιραζόμενων πόρων: κάθε τμήμα χρόνου-συχνότητας μοιράζεται σε πολλούς χρήστες, που μεταδίδουν και λαμβάνουν πάνω στην ίδια ζώνη συχνοτήτων και την ίδια χρονική στιγμή. Οι χρήστες αυτοί διαφοροποιούνται μέσω της επεξεργασίας των σημάτων.

Ερώτηση: Πώς μπορούμε να ελέγξουμε την ένταση της φωνής του κάθε ατόμου σε ένα κοκτέιλ πάρτι όπου όλοι μιλάνε με το μέγιστο της έντασης της φωνής τους;

Απάντηση: Ο έλεγχος ισχύος μετάδοσης ελπίζουμε πως μπορεί να μετριάσει αυτό το πρόβλημα.

- Η κύρια ιδέα που κρύβεται πίσω από τα πρότυπα της πολυπλεξίας διαίρεσης κώδικα (CDMA) είναι η εξής:
  - ο πομπός πολλαπλασιάζει τα ψηφιακά σήματα με μία ακολουθία των 1 και -1, αυτήν την ακολουθία την ονομάζουμε **κώδικα διασποράς**. Ο δέκτης πολλαπλασιάζει τα λαμβανόμενα δυαδικά ψηφία με τον ίδιο κώδικα διασποράς των αρχικών σημάτων. Είναι προφανές ότι: 1 x 1 κάνει 1 και -1 x -1 πάλι 1.



Generation of a CDMA signal

Ιδιότητες των κωδίκων διασποράς

- Η οικογένεια των κωδίκων διασποράς όμως μπορεί να σχεδιαστεί έτσι ώστε μόνο ένας κώδικας διασποράς (ο αρχικός που χρησιμοποιείται από τον πομπό) να μπορεί να ανακτήσει τα σήματα. Εάν χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε άλλος κώδικας διασποράς αυτής της οικογένειας, θα γίνει λήψη δυαδικών ψηφίων με θόρυβο και χωρίς κάποια συνάφεια. Αυτήν την οικογένεια την ονομάζουμε οικογένεια **ορθογώνιων κωδίκων**.
- Οι χρήστες εξακολουθούν να χωρίζονται με ορθογωνιοποίηση, ακριβώς όπως στη «διαίρεση κώδικα», σε αντίθεση με τις πιο διαισθητικές «διαίρεση χρόνου» και «διαίρεση συχνότητας». Αυτή η διαδικασία ονομάζεται **διασπορά φάσματος άμεσης ακολουθίας**, ένας από τους δύο τρόπους να ενεργοποιηθεί η πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα.

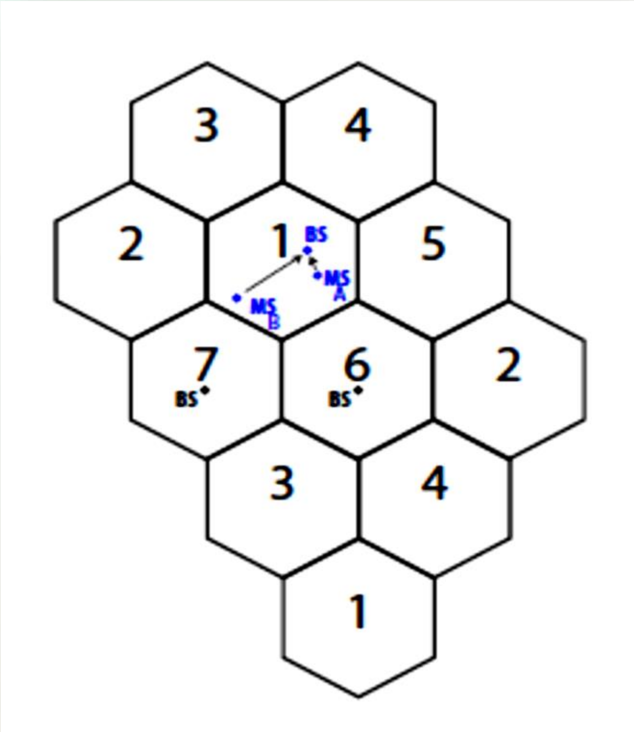
- Ωστόσο, μπορεί να μην υπάρχουν αρκετοί ορθογώνιοι κώδικες διασποράς για όλους τους κινητούς σταθμούς. Οι οικογένειες των ορθογώνιων κωδίκων είναι περιορισμένοι όσον αφορά τα μεγέθη τους.
- Επιπλέον, μια μικρή μετατόπιση στον άξονα του χρόνου μπορεί να ανακατέψει τα ανακτηθέντα δυαδικά ψηφία στο δέκτη. Χρειαζόμαστε τα ρολόγια από όλες τις συσκευές να είναι συγχρονισμένα.
- Όμως αυτό είναι ανέφικτο για την **ανοδική ζεύξη**, όπου τα κινητά μιλάνε με το σταθμό βάσης: οι κινητοί σταθμοί δεν μπορούν εύκολα να συντονίσουν τα ρολόγια τους.
- Είναι δύσκολο ακόμη και στην **καθοδική ζεύξη**, όπου ο σταθμός βάσης μιλάει με τις κινητές συσκευές: ο σταθμός βάσης έχει ένα μοναδικό ρολόι, όμως το ασύρματο κανάλι παραμορφώνει τα δυαδικά ψηφία.
- Τέλος, δεν έχουμε τελειοποιημένους ορθογώνιους κώδικες διασποράς, μολονότι αυτοί οι ατελείς κώδικες εξακολουθούν να παρέχουν σημαντικό «κέρδος κωδικοποίησης» στη διαφοροποίηση των σημάτων.
- Χρειαζόμαστε έναν εναλλακτικό μηχανισμό που να διαφοροποιεί τους χρήστες και να διαχειρίζεται το πρόβλημα της παρεμβολής. Τα ασύρματα σήματα είναι ενέργεια που διαδίδεται στον αέρα και το σήμα του κάθε χρήστη αποτελεί ουσιαστικά παρεμβολή στον άλλο χρήστη.

Η παρεμβολή μαζί με την απόσβεση του σήματος από την απόσταση και την εξασθένηση του σήματος από τα πολλαπλά μονοπάτια, είναι τα τρία κορυφαία ζητήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν στα ασύρματα κανάλια.

Παράδειγμα σημαντικής παρεμβολής:

Ένας χρήστης που βρίσκεται δίπλα από τον σταθμό βάσης μπορεί πολύ εύκολα να κατακλύσει έναν άλλο χρήστη που είναι πολύ μακριά από την άκρη της κυψέλης.

- Αυτό είναι το κλασικό **πρόβλημα κοντά-μακριά (near-far problem) στα δίκτυα με πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα** το οποίο είχε λυθεί στο πρότυπο IS-95 από την Qualcomm, το 1989.
- Από τότε η λύση αυτή είχε αποτελέσει έναν από τους ακρογωνιαίους λίθους για την αξιοποίηση των δυνατοτήτων της πολυπλεξίας με διαίρεση κώδικα.
- Η λύση της Qualcomm για το πρόβλημα κοντά-μακριά είναι απλή και αποτελεσματική.
  - Αξιοποιεί το συμπέρασμα και, στη συνέχεια, την ανατροφοδότηση της εκτίμησης της ποιότητας του καναλιού.



Έλεγχος ισχύος μετάδοσης στην πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα

Περίπτωση μίας μετάδοσης ανοδικής ζεύξης όπου πολλαπλοί κινητοί σταθμοί προσπαθούν να στείλουν σήματα στον σταθμό βάσης μιας συγκεκριμένης κυψέλης:

– Ο σταθμός βάσης μπορεί να εκτιμήσει την ποιότητα του καναλιού από έναν κινητό σταθμό μέχρι τον εαυτό του, π.χ., κοιτάζοντας το λόγο της ισχύος του λαμβανόμενου σήματος προς την ισχύ εκπομπής, με τον τελευταίο να είναι αρχικά ρυθμισμένος σε κάποια σταθερή τιμή κατά τη διάρκεια της εκτίμησης της χρονοθυρίδας του καναλιού.

– Μετά, ο σταθμός βάσης αντιστρέφει την ποιότητα του καναλιού και στέλνει αυτήν την τιμή, κάποιου καναλιού ελέγχου ανάδρασης, πίσω στους κινητούς σταθμούς, λέγοντάς τους ότι αυτοί είναι οι κερδοφόροι παράγοντες που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν για να ορίσουν τις ισχείς μετάδοσης.

– Με αυτόν τον τρόπο, όλες οι λαμβανόμενες ισχείς των σημάτων θα είναι ισοδύναμες.

– Αυτός είναι ο **βασικός αλγόριθμος του ελέγχου ισχύος μετάδοσης στην πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα**.

Έλεγχος ισχύος μετάδοσης στην πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα (συνέχεια)

Ερώτηση: Τι συμβαίνει όμως εάν η εξίσωση των ισχύων των λαμβανόμενων σημάτων δεν είναι ο σωστός στόχος;

Απάντηση:

– Στις φωνητικές κλήσεις, την τυπική εφαρμογή σε κινητά με δίκτυο 2G, υπάρχει συχνά μια τιμή-στόχος της λαμβανόμενης ποιότητας του σήματος που κάθε κυψέλη θα πρέπει να επιτύχει.

– Αυτός ο παράγοντας της ποιότητας του σήματος ονομάζεται **Λόγος σήματος προς παρεμβολή (Signal to Interference Ratio, SIR)**.

  – Είναι ο λόγος μεταξύ της ληφθείσας ισχύος του σήματος και του αθροίσματος των εντάσεων παρεμβολής (συν την ένταση του θορύβου που λαμβάνεται).

– Είναι πολύ εύκολο να αυξηθεί ο SIR για ένα χρήστη: με την αύξηση της έντασης του πομπού.

– Όμως, αυτό μεταφράζεται ως υψηλότερη παρεμβολή για όλους τους υπόλοιπους χρήστες, κάτι το οποίο τελικά οδηγεί σε υψηλότερη ένταση μετάδοσης από αυτούς εάν θέλουν να διατηρήσουν ή να βελτιώσουν το δικό τους SIR.

– Αυτή η θετική ανατροφοδότηση κλιμακώνεται σε έναν ανταγωνισμό, μέχρις ότου κάθε χρήστης μεταδίδει με τη μέγιστη ισχύ.

  – Αυτή δεν θα ήταν μια επιθυμητή κατάσταση για να λειτουργήσει το σύστημα.

Έλεγχος ισχύος μετάδοσης στην πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα (συνέχεια)

Ερώτηση: Εάν κάθε χρήστης επιλέγει ένα λογικό SIR, θα μπορούσαμε να βελτιώσουμε αυτόν τον ανταγωνισμό μέσω κάποιου πιο «έξυπνου» ελέγχου ισχύος;

Απάντηση: Ναι! Μπορεί!

– Το 1992-1993, μια σειρά από αποτελέσματα ερευνών ανέπτυξαν τη βασική έκδοση του **Κατανεμημένου Ελέγχου Ισχύος (Distributed Power Control, DPC)**, ενός πλήρως **κατανεμημένου αλγόριθμου**.

– Στον κατανεμημένο έλεγχο ισχύος, κάθε ζεύγος πομπών (π.χ. ένας κινητός σταθμός) και δεκτών (π.χ. ένας σταθμός βάσης) δεν χρειάζεται να γνωρίζει την ισχύ μετάδοσης ή την ποιότητα του καναλιού κανενός από τα υπόλοιπα ζεύγη.

– Σε κάθε χρονοθυρίδα, αυτό που χρειάζεται να γνωρίζει είναι το πραγματικό SIR που επιτυγχάνει στο δέκτη.

– Στη συνέχεια, λαμβάνει το λόγο μεταξύ του προσαρμοσμένου, στοχευόμενου SIR και του μεταβλητού πραγματικού SIR που υπολογίστηκε σε αυτήν τη χρονοθυρίδα, τον πολλαπλασιάζει με την τρέχουσα ισχύ μετάδοσης και αυτό που βγαίνει ως αποτέλεσμα είναι η ισχύς μετάδοσης για την επόμενη χρονοθυρίδα. **Αυτή η ενημέρωση συμβαίνει ταυτοχρόνως σε κάθε ζεύγος πομπού και δέκτη.**

– Ο κατανεμημένος έλεγχος ισχύος (DPC) μπορεί ακόμη και να διεξαχθεί ασύγχρονα: κάθε ραδιοπομπός να έχει ένα διαφορετικό ρολόι και, επομένως, ένα διαφορετικό ορισμό για το σε ποια χρονοθυρίδα ευρίσκεται τώρα.

Μια εκτενής απάντηση

Κατανεμημένος Έλεγχος Ισχύος

Θεωρήστε **Ν** ζεύγη **πομπών** και **δεκτών**.

Κάθε ζεύγος είναι ένα λογικό κανάλι, ευρετηριασμένο κατά **i**.

Η **ισχύς μετάδοσης του πομπού της ζεύξης i** είναι p_i, ένας θετικός αριθμός, ο οποίος συνήθως φτάνει τη μέγιστη τιμή:

$$p_i \leq p_{max}$$

Η **ισχύς μετάδοσης** επιδρά τόσο στη λαμβανόμενη ισχύ στο δέκτη-προορισμό, όσο και στη λαμβανόμενη παρεμβολή στους δέκτες όλων των υπόλοιπων ζευγών.

θεωρήστε το κανάλι από τον **πομπό της ζεύξης j** (π.χ. το ζεύγος πομπού-δέκτη) στον **δέκτη της ζεύξης i**, και θεωρήστε το **κέρδος καναλιού** ως G_{ij}.

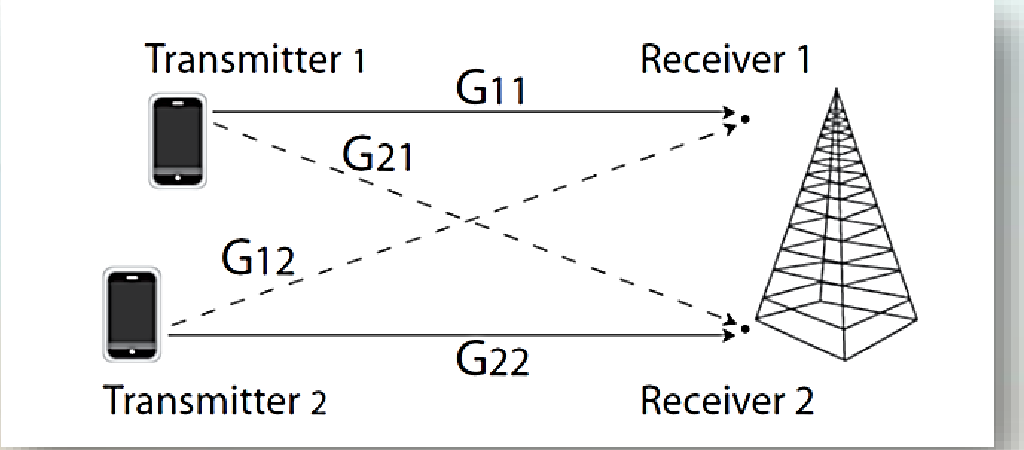
Επομένως το G_{ii} είναι το **άμεσο κέρδος καναλιού**, όσο μεγαλύτερο, τόσο το καλύτερο καθώς είναι το κανάλι για την προβλεπόμενη **μετάδοση για τη ζεύξη i**.

Όλα τα υπόλοιπα G_{ij}, για **j διάφορο του i**, είναι τα **κέρδη για τα κανάλια παρεμβολής**, οπότε όσο πιο μικρό, τόσο πιο καλά.

Αυτά τα ονομάζουμε «κέρδη» καναλιού ενώ στην πραγματικότητα είναι μικρότερα από 1, οπότε ίσως θα ήταν καλύτερος ο όρος «απώλεια» καναλιού.

Κατανεμημένος Έλεγχος Ισχύος (συνέχεια)

Αυτός ο συμβολισμός απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα για την **απλή περίπτωση των δύο κινητών σταθμών που μιλάνε σε κάποιο σταθμό βάσης**, ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ως δυο διαφορετικοί δέκτες τοποθετημένοι (λογικά χωρισμένοι) σε κοντινή φυσική απόσταση.



Η παρεμβολή στην ανοδική ζεύξη μεταξύ δύο κινητών σταθμών στον σταθμό βάσης. Μπορούμε να θεωρήσουμε το σταθμό βάσης ως δύο (λογικά διαχωριζόμενους) που βρίσκονται στην ίδια εγκατάσταση δέκτες. Τα G11 και G22 είναι τα άμεσα κέρδη του καναλιού, όσο μεγαλύτερα, τόσο το καλύτερο. Τα G12 και G21 είναι τα κέρδη του καναλιού με παρεμβολή, όσο πιο μικρά, τόσο το καλύτερο.

Κάθε G_{ij} προσδιορίζεται από δύο κύριους παράγοντες:

1. τη φυσική θέση των πομπών και των δεκτών και
2. την ποιότητα του καναλιού μεταξύ τους.

Το G_{ii} ενισχύεται, επίσης, και από τους κώδικες διασποράς της πολυπλεξίας διαίρεσης κώδικα που βοηθάει τους δέκτες να αποκωδικοποιούν με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Κατανεμημένος Έλεγχος Ισχύος (συνέχεια)

Η λαμβανόμενη **ισχύς της μετάδοσης** στο δέκτη είναι επομένως $\boldsymbol{G_{ii}p_i}$.

Τι συμβαίνει με την παρεμβολή; Είναι το **άθροισμα του** $\boldsymbol{G_{ij}p_j}$ **για όλους τους πομπούς j** (διαφορετικούς από το επιθυμητό *i*):

$$\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j.$$

Υπάρχει επίσης θόρυβος n_i στα ηλεκτρονικά του κάθε δέκτη *i*.

Επομένως μπορούμε να γράψουμε το SIR λόγο χωρίς μονάδες, στο δέκτη μιας λογικής ζεύξης *i*, ως:

$$SIR_i = \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j + n_i}.$$

Για την καλύτερη αποκωδικοποίηση των πακέτων, ο δέκτης χρειάζεται να διατηρήσει ένα συγκεκριμένο επίπεδο του SIR. Αυτό θα το συμβολίζουμε ως γ_i για τη ζεύξη *i*, και θέλουμε $SIR_i \geq \gamma_i, \forall i$.

Προφανώς, αυξάνοντας το p_1 αυξάνεται το SIR για τον δέκτη 1 αλλά μειώνεται για όλους τους υπόλοιπους δέκτες.

Κατανεμημένος Έλεγχος Ισχύος (συνέχεια)

Ο **αλγόριθμος κατανεμημένου ελέγχου ισχύος** μπορεί να περιγραφεί μέσω μιας απλής εξίσωσης:

Κάθε πομπός απλά πολλαπλασιάζει το τρέχον επίπεδο ισχύος $p_i[t]$ με το λόγο μεταξύ του επιθυμητού SIR, γ_i και τον τρέχον SIR_i που έχει μετρηθεί, ώστε να λάβουμε το επίπεδο ισχύος που θα χρησιμοποιήσουμε στην επόμενη χρονοθυρίδα:

$$p_i[t+1] = \frac{\gamma_i}{SIR_i[t]} p_i[t], \forall i.$$

Μπορούμε να δούμε ότι κάθε δέκτης *i* χρειάζεται να μετρήσει μόνο το δικό του SIR σε κάθε επανάληψη και να θυμάται μόνο το δικό του SIR.

Δεν χρειάζεται να γίνεται πέρασμα κανενός μηνύματος, όπως για παράδειγμα να πείτε στους άλλους χρήστες τι επίπεδο ισχύος χρησιμοποιήθηκε.

Είναι απλός στην επικοινωνία και πολύ κατανεμημένος αλγόριθμος.

Ο Κατανεμημένος Έλεγχος Ισχύος ως μία λύση βελτιστοποίησης

- Πρώτα θα πρέπει να ορίζουμε τι είναι **βελτιστοποίηση**.

  Η βέλτιστη λύση είναι να επιτευχθεί **χαμηλή κατανάλωση ισχύος**.
- Η ελάττωση της ισχύος είναι ο **στόχος**, ενώ το να επιτευχθεί ο στόχος του SIR για κάθε χρήστη είναι ο **περιορισμός**.
- Υπάρχουν πολλοί τρόποι να αντιμετωπίσουμε αυτά τα θέματα, χρησιμοποιώντας για παράδειγμα μηχανισμούς από τη θεωρία βελτιστοποίησης ή από τη θεωρία των παιγνίων.
- Με την προϋπόθεση ότι ο στόχος για τις τιμές του SIR είναι εφικτός, μπορούμε να δείξουμε ότι, ο κατανεμημένος έλεγχος ισχύος θα συγκλίνει προς τη σωστή λύση.

Ο Κατανεμημένος Έλεγχος Ισχύος ως μια λύση βελτιστοποίησης (συνέχεια)

Παρακάτω παρουσιάζεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μας μεταβαλλόμενης ισχύος μετάδοσης για να ικανοποιήσει τους σταθερούς περιορισμούς του SIR στόχου και κατόπιν να ελαχιστοποιήσει τη συνολική ισχύ:

ελαχιστοποίηση του $\sum_i p_i$

υπό τους περιορισμούς $SIR_i(\mathbf{p}) \geq \gamma_i, \quad \forall i$

με μεταβλητές $\mathbf{p}$.

Το παραπάνω πρόβλημα θα φαινόταν πολύπλοκο αν αντικαταστήσει κανείς τον ορισμό του SIR με μια συνάρτηση για όλο το διάνυσμα **p**:

ελαχιστοποίηση του $\sum_i p_i$

υπό τους περιορισμούς $\frac{G_{ii} p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij} p_{j+n_i}} \geq \gamma_i, \quad \forall i$

με μεταβλητές $\mathbf{p}$.

$$SIR_i = \frac{G_{ii} p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij} p_j + n_i}$$

Αλλά μπορεί να απλοποιηθεί μέσω μίας διαφορετικής αναπαράστασης. Μπορούμε να ξαναγράψουμε το πρόβλημα ως ένα **πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού**: ελαχιστοποιώντας μια γραμμική συνάρτηση μεταβλητών, γνωρίζοντας τους γραμμικούς περιορισμούς αυτών των μεταβλητών:

ελαχιστοποίηση του $\sum_i p_i$

υπό τους περιορισμούς $G_{ii} p_i - \gamma_i \left(\sum_{j \neq i} G_{ij} p_{j+n_i}\right) \geq 0, \quad \forall i$

με μεταβλητές $\mathbf{p}$.

Ο Κατανεμημένος Έλεγχος Ισχύος ως μία λύση βελτιστοποιημένη (συνέχεια)

Παρακάτω παρουσιάζεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μιας μεταβαλλόμενης ισχύος μετάδοσης για να ικανοποιήσει τους σταθερούς περιορισμούς του SIR στόχου και κατόπιν να ελαχιστοποιήσει τη συνολική ισχύ:

ελαχιστοποίηση του $\sum_i p_i$

υπό τους περιορισμούς $SIR_i(\mathbf{p}) \geq \gamma_i, \quad \forall i$

με μεταβλητές $\mathbf{p}$.

Το παραπάνω πρόβλημα θα φαινόταν πολύπλοκο αν αντικαταστήσει κανείς τον ορισμό του SIR με μια συνάρτηση για όλο το διάνυσμα **p**:

ελαχιστοποίηση του $\sum_i p_i$

υπό τους περιορισμούς $\frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}p_{j+n_i}} \geq \gamma_i, \quad \forall i$

με μεταβλητές $\mathbf{p}$.

$$SIR_i = \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}p_{j+n_i}}$$

Αλλά μπορεί να απλοποιηθεί μέσω μίας διαφορετικής αναπαράστασης. Μπορούμε να ξαναγράψουμε το πρόβλημα ως ένα **πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού**: ελαχιστοποιώντας μια γραμμική συνάρτηση μεταβλητών, γνωρίζοντας τους γραμμικούς περιορισμούς αυτών των μεταβλητών:

ελαχιστοποίηση του $\sum_i p_i$

υπό τους περιορισμούς $G_{ii}p_i - \gamma_i\left(\sum_{j \neq i} G_{ij}p_{j+n_i}\right) \geq 0, \quad \forall i$

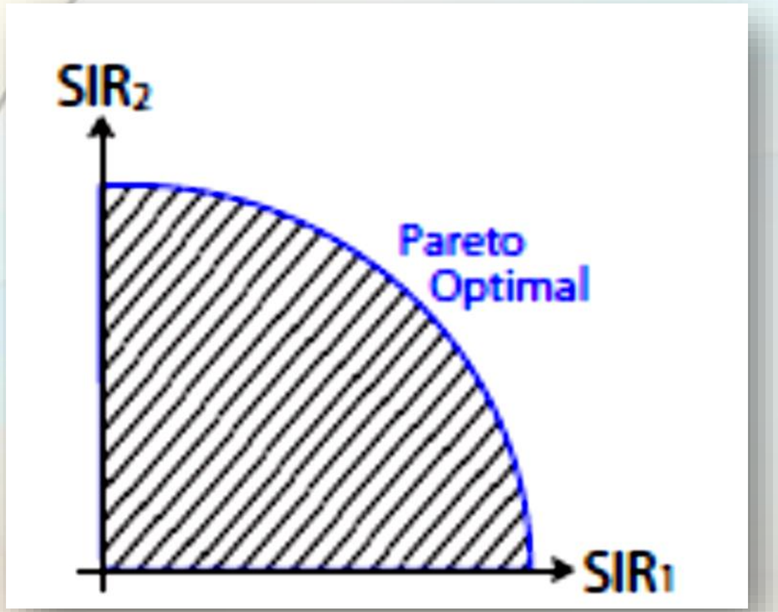
με μεταβλητές $\mathbf{p}$.

Το DPC ως παίγνιο

- Ο έλεγχος της ισχύος είναι ένας διαγωνισμός.
    - Η ισχύς που λαμβάνει ένας χρήστης είναι παρεμβολή για έναν άλλο χρήστη.
- Κάθε παίχτης ψάχνει για τη σωστή “κίνηση,” (ή στην περίπτωσή μας, τη σωστή ισχύ μετάδοσης) έτσι ώστε η “πληρωμή” του να βελτιστοποιηθεί (στην περίπτωσή μας, η ισχύς μετάδοσης είναι η μικρότερη δυνατή όταν παρέχεται στο χρήστη ο στόχος του SIR γ_i).
- Ελπίζουμε, επίσης, ότι το συνολικό δίκτυο θα φτάσει σε κάποιο επιθυμητό σημείο ισορροπίας καθώς ο κάθε χρήστης εφαρμόζει τη στρατηγική του.
- Οι έννοιες “παίκτες”, “κίνηση” και “πληρωμή” μπορεί να οριστούν με έναν ακριβή και χρήσιμο τρόπο.
    - Μπορούμε να μοντελοποιήσουμε τον *ανταγωνισμό* ως ένα **παίγνιο.** Η λέξη “παίγνιο” φέρει εδώ μια τεχνική σημασία.
- Στον επίσημο ορισμό, ένα παίγνιο ορίζεται από τρία στοιχεία:
    1. Ένα σύνολο **παικτών** {1,2,…,N}
    2. Ένα **χώρο στρατηγικής** $\mathbf{A}_i$ για κάθε παίκτη, και
    3. Μία **συνάρτηση πληρωμής**, ή συνάρτηση χρησιμότητας, U_i για να μεγιστοποιηθεί από κάθε χρήστη (ή για να ελαχιστοποιηθεί μια **συνάρτηση κόστους**). Η συνάρτηση U_i αντιστοιχίζει το συνδυασμό όλων των στρατηγικών των χρηστών σε έναν πραγματικό αριθμό, την πληρωμή (ή κόστος) για το χρήστη *i*.

Βέλτιστο κατά Παρέτο

–



Μία απεικόνιση της αποδεκτής περιοχής σκοπιμότητας του SIR. Είναι ένα σύνολο περιορισμών για τη βελτιστοποίηση του ελέγχου της ισχύος και απεικονίζει τον ανταγωνισμό μεταξύ των χρηστών. Οποιοδήποτε σημείο αυστηρά μέσα στη σκιασμένη περιοχή είναι ένα εφικτό διάνυσμα κάποιου στόχου SIR. Κάθε σημείο εκτός της σκιασμένης περιοχής είναι ανέφικτο. Και κάθε σημείο στο όριο της καμπύλης είναι ένα βέλτιστο κατά Pareto: δεν μπορεί κανείς να αυξήσει το SIR ενός χρήστη χωρίς αυτό να προκαλέσει μείωση στο SIR κάποιου άλλου χρήστη.

Το DPC ως παίγνιο (συνέχεια)

Το Δίλημμα του Φυλακισμένου

	Δεν Ομολογεί	Ομολογεί
Δεν Ομολογεί	(-1,-1)	(-5,0)
Ομολογεί	(0,-5)	(-3,-3)

Είναι ένα δημοφιλές παιχνίδι στο οποίο υπάρχει μια μοναδική και ανεπιθύμητη ισορροπία Nash.

Οι δύο στρατηγικές του παίκτη Α είναι οι δύο γραμμές.

Οι δύο στρατηγικές του παίκτη Β είναι οι δύο στήλες. Οι τιμές στον πίνακα αντιπροσωπεύουν τις πληρωμές για τους δύο παίκτες σε κάθε σενάριο.

- Αν ο παίκτης Α διαλέξει τη στρατηγική *Δεν Ομολογεί*, ο παίκτης Β θα πρέπει να επιλέξει τη στρατηγική *Ομολογεί*, καθώς 0 > -1. Αυτή ονομάζεται **στρατηγική καλύτερης απάντησης** από τον παίκτη Β, σε απάντηση στον παίκτη Α ο οποίος διάλεξε τη στρατηγική *Δεν Ομολογεί*. Αν ο παίκτης Α διαλέξει η στρατηγική *Ομολογεί,* ως στρατηγική καλύτερης απάντησης του παίκτη Β παραμένει ακόμα η *Ομολογεί*, καθώς -3 > -5.
- Όταν η στρατηγική καλύτερης απάντησης ενός παίκτη είναι η *ίδια,* οποιαδήποτε στρατηγική και αν διαλέξει ο άλλος παίκτης, τότε την αποκαλούμε **κυρίαρχη στρατηγική.**
- Αν οι 2 παίκτες θα επιλέξουν *Ομολογεί* και η (*Ομολογεί, Ομολογεί*) είναι μια **ισορροπία (ισοπαλία)** για το παίγνιο.
- Μια ισορροπία μπορεί να μην είναι **καθολικά βέλτιστη**, π.χ., ένα σύνολο στρατηγικών που μεγιστοποιούν το σύνολο των πληρωμών $\sum_i U_i$ όλων των παικτών.
- Μπορεί ακόμα να μην είναι καν **βέλτιστη κατά Pareto**, π.χ., ένα σύνολο στρατηγικών τέτοιο ώστε η πληρωμή κανενός παίκτη να μην αυξάνεται δίχως να βλάψει την πληρωμή ενός άλλου παίκτη.

Το DPC ως παίγνιο (συνέχεια)

Παιχνίδι Συντονισμού

	Ταινία Δράσης	Ρομαντική Ταινία
Ταινία Δράσης	(2,1)	(0,0)
Ρομαντική Ταινία	(0,0)	(1,2)

Σε αυτό το παιχνίδι, υπάρχουν δύο ισορροπίες Nash.

Κανείς παίκτης δεν έχει κίνητρο να αλλάξει μονομερώς τη στρατηγική του σε οποιαδήποτε από τις ισορροπίες.

Οι γραμμές είναι οι στρατηγικές σας και οι στήλες του φίλου σας.

Συμβολικά, για ένα παιχνίδι δύο παικτών, υποθέτουμε ότι οι δύο συναρτήσεις πληρωμής είναι (U_1, U_2) και οι δύο χώροι στρατηγικών είναι (Α,Β) για τους δύο παίκτες, αντίστοιχα. Λέμε ότι ($a^* \in A$, $b^* \in B$) είναι μια ισορροπία Nash αν:

$$U_1\,(a^*, b^*) \;\geq\; U_1\,(a, b^*), \qquad \text{για οποιοδήποτε } a \in A,$$

και

$$U_2\,(a^*, b^*) \;\geq\; U_2\,(a^*, b), \qquad \text{για οποιοδήποτε } b \in B.$$

Μπορεί να μην υπάρχει ισορροπία Nash σε ένα παίγνιο.

Και όταν υπάρχει, μπορεί να μην είναι μοναδική (όπως στο παιχνίδι συντονισμού) ή καθολικά βέλτιστη ή βέλτιστη κατά Pareto. Αλλά αν επιτρέπεται στους παίκτες να αποφασίσουν πιθανολογικά με ποια στρατηγική να παίξουν, π.χ., μία **μικτή στρατηγική,** είναι εγγυημένο, από το διάσημο αποτέλεσμα του Nash, ότι υπάρχει πάντα μια ισορροπία Nash.

Παραδείγματα

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε **4 ζευγάρια (πομπού, δέκτη)**. Τα κέρδη του καναλιού $\{G_{ij}\}$ δίδονται στον παρακάτω πίνακα. Μπορεί να δει κανείς ότι γενικά $G_{ij} \neq G_{ji}$ διότι τα κανάλια των παρεμβολών δεν είναι υποχρεωτικά συμμετρικά.

Δέκτης μίας Ζεύξης	Πομπός μίας Ζεύξης			
	1	2	3	4
1	1	0.1	0.2	0.3
2	0.2	1	0.1	0.1
3	0.2	0.1	1	0.1
4	0.1	0.1	0.1	1

Έστω ότι το αρχικό επίπεδο ισχύος είναι 1.0 mW σε κάθε ζεύξη και ότι ο θόρυβος σε κάθε ζεύξη είναι 0.1 mW. Τότε οι αρχικοί λόγοι σήματος-προς-παρεμβολή δίνονται από:

$$\boldsymbol{p_i[t+1] = \frac{\gamma_i}{SIR_i[t]} p_i[t], \forall i.}$$

$$SIR_1[0] = \frac{1\times1.0}{0.1\times1.0+0.2\times1.0+0.3\times1.0+0.1} = 1.43,$$

$$SIR_2[0] = \frac{1\times1.0}{0.2\times1.0+0.1\times1.0+0.1\times1.0+0.1} = 2.00,$$

$$SIR_3[0] = \frac{1\times1.0}{0.2\times1.0+0.1\times1.0+0.1\times1.0+0.1} = 2.00,$$

$$SIR_4[0] = \frac{1\times1.0}{0.1\times1.0+0.1\times1.0+0.1\times1.0+0.1} = 2.50$$

$$SIR_i = \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j\neq i} G_{ij}p_j + n_i}$$

με το p_i να αντιπροσωπεύει το επίπεδο ισχύος μίας ζεύξης *i* και το n_i να αντιπροσωπεύει το θόρυβο μια ζεύξης *i*.

Οι τιμές αυτές του SIR εμφανίζονται σε γραμμική κλίμακα και όχι σε λογαριθμική κλίμακα (dB) στο παράδειγμα αυτό.

Θα χρησιμοποιήσουμε τον DPC για να προσαρμόσουμε τα επίπεδα ισχύος. Έστω ότι οι στόχοι SIR είναι

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 2.0, \\ \gamma_2 &= 2.5, \\ \gamma_3 &= 1.5, \\ \gamma_4 &= 2.0. \end{aligned}$$

Τότε τα νέα επίπεδα ισχύος είναι, σε mW,

$$\begin{aligned} p_1[1] &= \frac{\gamma_1}{SIR_1[0]} p_1[0] = \frac{2.0}{1.43} \times 1.0 = 1.40, \\ p_2[1] &= \frac{\gamma_2}{SIR_2[0]} p_2[0] = \frac{2.5}{2.00} \times 1.0 = 1.25, \\ p_3[1] &= \frac{\gamma_3}{SIR_3[0]} p_3[0] = \frac{1.5}{2.00} \times 1.0 = 0.75, \\ p_4[1] &= \frac{\gamma_4}{SIR_4[0]} p_4[0] = \frac{2.0}{2.5} \times 1.0 = 0.80. \end{aligned}$$

Τώρα ο κάθε δέκτης υπολογίζει το νέο SIR και το ανατροφοδοτεί στον πομπό του:

$$\begin{aligned} SIR_1[1] &= \frac{1 \times 1.40}{0.1 \times 1.25 + 0.2 \times 0.75 + 0.3 \times 0.8 + 0.1} = 2.28, \\ SIR_2[1] &= \frac{1 \times 1.25}{0.2 \times 1.40 + 0.1 \times 0.75 + 0.1 \times 0.8 + 0.1} = 2.34, \\ SIR_3[1] &= \frac{1 \times 0.75}{0.2 \times 1.40 + 0.1 \times 1.25 + 0.1 \times 0.8 + 0.1} = 1.28, \\ SIR_4[1] &= \frac{1 \times 0.80}{0.1 \times 1.40 + 0.1 \times 1.25 + 0.1 \times 0.75 + 0.1} = 1.82. \end{aligned}$$

Τα νέα επίπεδα ισχύος σε mWστην επόμενη χρονοθυρίδα γίνονται:

$$p_1[2] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[1]} p_1[1] = \frac{2.0}{2.28} \times 1.40 = 1.23,$$

$$p_2[2] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[1]} p_2[1] = \frac{2.5}{2.33} \times 1.25 = 1.34,$$

$$p_3[2] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[1]} p_3[1] = \frac{1.5}{1.28} \times 0.75 = 0.88,$$

$$p_4[2] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[1]} p_4[1] = \frac{2.0}{1.82} \times 0.80 = 0.88,$$

με τα παρακάτω SIR αντίστοιχα:

$$SIR_1[2] = \frac{1 \times 1.23}{0.1 \times 1.34 + 0.2 \times 0.88 + 0.3 \times 0.88 + 0.1} = 1.83,$$

$$SIR_2[2] = \frac{1 \times 1.34}{0.2 \times 1.23 + 0.1 \times 0.88 + 0.1 \times 0.88 + 0.1} = 2.56,$$

$$SIR_3[2] = \frac{1 \times 0.88}{0.2 \times 1.23 + 0.1 \times 1.34 + 0.1 \times 0.88 + 0.1} = 1.55,$$

$$SIR_4[2] = \frac{1 \times 0.88}{0.1 \times 1.23 + 0.1 \times 1.34 + 0.1 \times 0.88 + 0.1} = 1.98.$$

Υπολογίζοντας τα νέα επίπεδα ισχύος ξανά σε mW , έχουμε:

$$p_1[3] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[2]} p_1[2] = \frac{2.0}{1.83} \times 1.23 = 1.35,$$

$$p_2[3] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[2]} p_2[2] = \frac{2.5}{2.56} \times 1.34 = 1.30,$$

$$p_3[3] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[2]} p_3[2] = \frac{1.5}{1.55} \times 0.88 = 0.85,$$

$$p_4[3] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[2]} p_4[2] = \frac{2.0}{1.98} \times 0.88 = 0.89.$$

Τότε τα νέα SIR είναι:

$$SIR_1[3] = \frac{1 \times 1.35}{0.1 \times 1.30 + 0.2 \times 0.85 + 0.3 \times 0.89 + 0.1} = 2.02,$$

$$SIR_2[3] = \frac{1 \times 1.30}{0.2 \times 1.35 + 0.1 \times 0.85 + 0.1 \times 0.89 + 0.1} = 2.40,$$

$$SIR_3[3] = \frac{1 \times 0.85}{0.2 \times 1.35 + 0.1 \times 1.30 + 0.1 \times 0.89 + 0.1} = 1.45,$$

$$SIR_4[3] = \frac{1 \times 0.89}{0.1 \times 1.35 + 0.1 \times 1.30 + 0.1 \times 0.85 + 0.1} = 1.97.$$

και τα νέα επίπεδα ισχύος, σε mW, είναι:

$$p_1[4] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[3]} p_1[3] = \frac{2.0}{2.02} \times 1.35 = 1.33,$$

$$p_2[4] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[3]} p_2[3] = \frac{2.5}{2.40} \times 1.30 = 1.36,$$

$$p_3[4] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[3]} p_3[3] = \frac{1.5}{1.45} \times 0.85 = 0.88,$$

$$p_4[4] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[3]} p_4[3] = \frac{2.0}{1.97} \times 0.89 = 0.92.$$

Βλέπουμε ότι τα επίπεδα ισχύος αρχίζουν να συγκλίνουν: τα p_1, p_2, p_3, p_4 αλλάζουν όλα κατά λιγότερο από 0.1 mW. Τα νέα SIR είναι:

$$SIR_1[4] = \frac{1 \times 1.33}{0.1 \times 1.36 + 0.2 \times 0.88 + 0.3 \times 0.90 + 0.1} = 1.96,$$

$$SIR_2[4] = \frac{1 \times 1.36}{0.2 \times 1.33 + 0.1 \times 0.88 + 0.1 \times 0.90 + 0.1} = 2.49,$$

$$SIR_3[4] = \frac{1 \times 0.88}{0.2 \times 1.33 + 0.1 \times 1.36 + 0.1 \times 0.90 + 0.1} = 1.49,$$

$$SIR_4[4] \frac{1 \times 0.90}{0.1 \times 1.33 + 0.1 \times 1.36 + 0.1 \times 0.88 + 0.1} = 1.97.$$

Κάνοντας μία ακόμη επανάληψη, τα νέα επίπεδα ισχύος, σε mW, είναι:

$$p_1[5] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[4]} p_1[4] = \frac{2.0}{1.96} \times 1.33 = 1.37,$$

$$p_2[5] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[4]} p_2[4] = \frac{2.5}{2.49} \times 1.36 = 1.36,$$

$$p_3[5] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[4]} p_3[4] = \frac{1.5}{1.49} \times 0.88 = 0.89,$$

$$p_4[5] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[4]} p_4[4] = \frac{2.0}{1.97} \times 0.90 = 0.92,$$

με τα αντίστοιχα SIR:

$$SIR_1[5] = \frac{1 \times 1.37}{0.1 \times 1.36 + 0.2 \times 0.89 + 0.3 \times 0.92 + 0.1} = 1.99$$

$$SIR_2[5] = \frac{1 \times 1.36}{0.2 \times 1.37 + 0.1 \times 0.89 + 0.1 \times 0.92 + 0.1} = 2.45$$

$$SIR_3[5] = \frac{1 \times 0.89}{0.2 \times 1.37 + 0.1 \times 1.36 + 0.1 \times 0.92 + 0.1} = 1.48$$

$$SIR_4[5] = \frac{1 \times 0.92}{0.1 \times 1.37 + 0.1 \times 1.36 + 0.1 \times 0.89 + 0.1} = 1.99.$$

Όλα τα SIR είναι τώρα κατά 0.05 εντός του στόχου.

Τα επίπεδα ισχύος συνεχίζουν τις επαναλήψεις, ωθώντας τα SIR πιο κοντά στον στόχο.

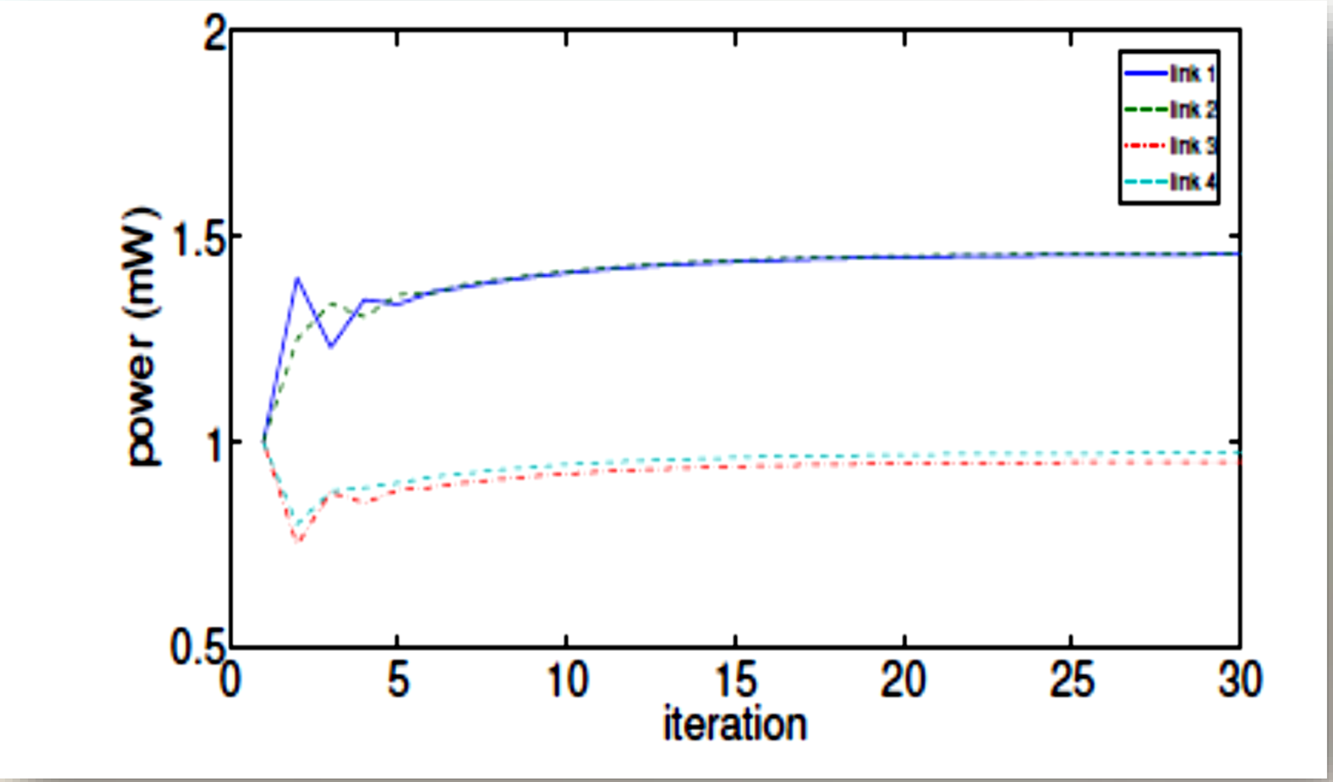
Το παρακάτω σχήμα δείχνει το γράφημα του επιπέδου ισχύος έναντι των επαναλήψεων. Ύστερα από περίπου 20 επαναλήψεις, η αλλαγή είναι πολύ μικρή για να φανεί στο γράφημα· τα επίπεδα ισχύος σε εκείνη τη χρονική στιγμή είναι:

$$p_1 = 1.46\,mW,$$

$$p_2 = 1.46\,mW,$$

$$p_3 = 0.95\,mW,$$

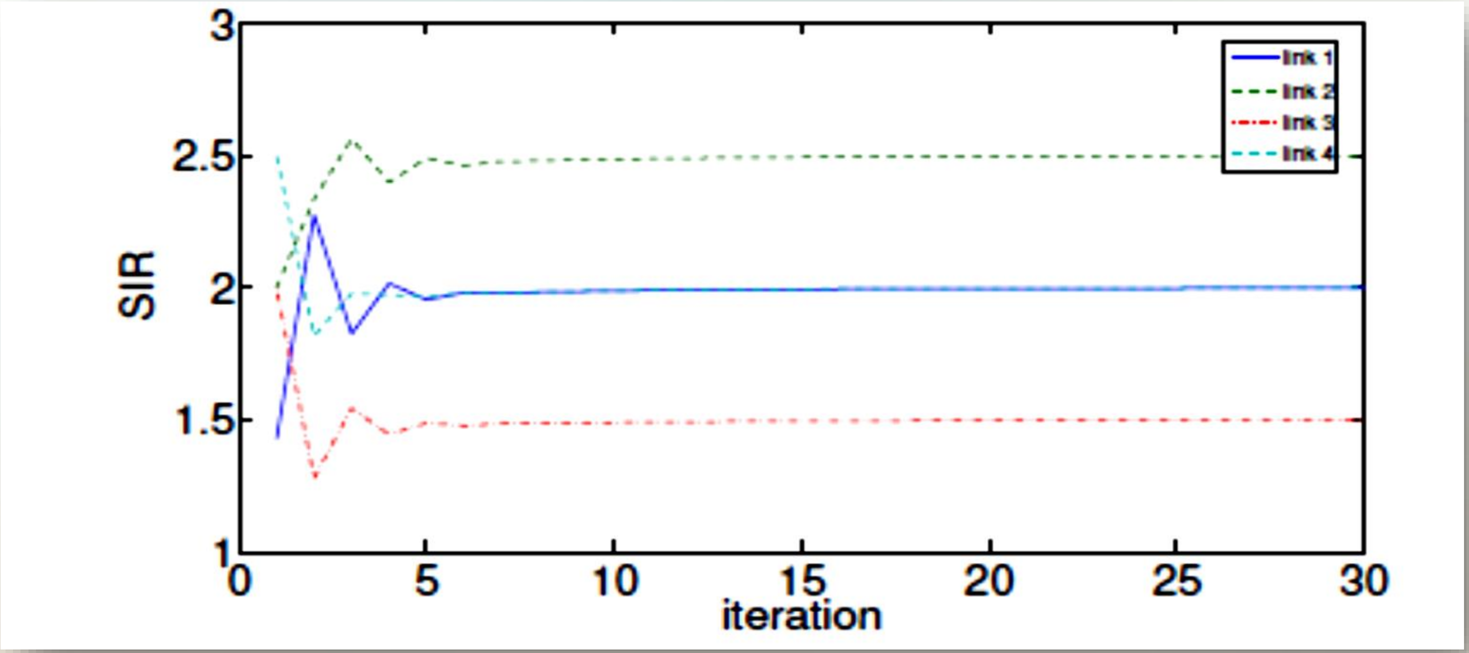
$$p_4 = 0.97\,mW.$$



Η σύγκλιση των επιπέδων ισχύος σε ένα παράδειγμα του DPC

Τα SIR που προκύπτουν ως αποτέλεσμα φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

Πλησιάζουμε πάρα πολύ τους SIR στόχους, με μια μακροσκοπική εξέταση, ύστερα από περίπου 50 επαναλήψεις.



Σύγκλιση των SIR σε ένα παράδειγμα του DPC

Ας εξετάσουμε, επίσης, μια συμπαγή αναπαράσταση με χρήση ενός πίνακα των περιορισμών των SIR στόχων.
Αν ο SIR στόχος γ_i επιτευχθεί ή τον υπερβούμε κατά $\{p_i\}$, έχουμε

$$SIR_i = \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j\neq i} G_{ij}p_j + n_i}$$

για *i* =1, 2, 3, 4.
Πολλαπλασιάζοντας και τις δύο πλευρές με $\sum_{j\neq i} G_{ij}p_j + n_i$ και διαιρώντας με G_{ii}, έχουμε:

$$p_i \geq \frac{\gamma_i}{G_{ii}}\left(\sum_{j\neq i} G_{ij}p_j + n_j\right),$$

το οποίο μπορεί να γραφτεί ως:

$$p_i \geq \gamma_i \sum_{j\neq i} \frac{G_{ij}p_j}{G_{ii}} p_j + n_i + \frac{\gamma_i}{G_{ii}} n_i$$

Τώρα ορίζουμε το διάνυσμα μεταβλητών:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix},$$

και ένα σταθερό διάνυσμα:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 n_1}{G_{11}} \\ \frac{\gamma_2 n_2}{G_{22}} \\ \frac{\gamma_3 n_3}{G_{33}} \\ \frac{\gamma_4 n_4}{G_{44}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2.0\times 0.1}{1.0} \\ \frac{2.5\times 0.1}{1.0} \\ \frac{1.5\times 0.1}{1.0} \\ \frac{2.0\times 0.1}{1.0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.25 \\ 0.15 \\ 0.20 \end{bmatrix}.$$

Ορίστε, επίσης, έναν διαγώνιο πίνακα D, μεγέθους 4×4 με τα γ_i στη διαγώνιο, και έναν άλλο πίνακα F μεγέθους 4×4 όπου $F_{ij} = \frac{G_{ij}}{G_{ii}}$ $για\ i \neq j$, και οι εγγραφές της διαγωνίου του F είναι μηδέν. Τοποθετώντας τους αριθμούς, έχουμε:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Μπορούμε τώρα να ξαναγράψουμε την εξίσωση $p_i \geq \gamma_i \sum_{j\neq i} \frac{G_{ij}p_j}{G_{ii}} p_j + n_i + \frac{\gamma_i}{G_{ii}} n_i$ ως:

$$\mathbf{p} \geq \mathbf{DF} + \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0.20 & 0.40 & 0.60 \\ 0.50 & 0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.30 & 0.15 & 0 & 0.15 \\ 0.20 & 0.20 & 0.20 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{p} + \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.25 \\ 0.15 \\ 0.20 \end{bmatrix},$$

όπου το ≥ μεταξύ δύο διανυσμάτων (ίσου μήκους) αντιπροσωπεύει απλά μια συνετή, σύμφωνα με το περιεχόμενο, ανισότητα μεταξύ των αντίστοιχων εγγραφών των δύο διανυσμάτων.

Μπορούμε να ελέγξουμε ότι τα επίπεδα ισχύος στην τελευταία επανάληψη που παρουσιάστηκε παραπάνω ικανοποιούν αυστηρά αυτήν την ανισότητα:

$$\begin{bmatrix} 1.46 \\ 1.46 \\ 0.95 \\ 0.97 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 & 0.20 & 0.40 & 0.60 \\ 0.50 & 0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.30 & 0.15 & 0 & 0.15 \\ 0.20 & 0.20 & 0.20 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.46 \\ 1.46 \\ 0.95 \\ 0.97 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.25 \\ 0.15 \\ 0.20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.46 \\ 1.46 \\ 0.95 \\ 0.97 \end{bmatrix}$$

Σύνοψη

Πλαίσιο 1: Κατανεμημένος έλεγχος ισχύος

Τα σήματα διαφόρων χρηστών παρεμβάλλονται μεταξύ τους στον αέρα οδηγώντας σε μία εφικτή περιοχή SIR με ένα όριο βέλτιστο κατά Pareto. Ο συντονισμός των παρεμβολών σε δίκτυα CDMA μπορεί να επιτευχθεί μέσω του κατανεμημένου ελέγχου ισχύος με έμμεση ανατροφοδότηση. Δίνει δε λύση σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης για το δίκτυο με τη μορφή γραμμικού προγραμματισμού και μπορεί επίσης να μοντελοποιηθεί ως ένα μη συνεργατικό παίγνιο.

Τέλος Κεφαλαίου 1
Ερωτήσεις;;;