

1 Τι κάνει το CDMA να δουλεύει για το smartphone μου;

1.1. Μία σύντομη απάντηση

Ρίξε μια ματιά στο iPhone, την συσκευή Android, ή το έξυπνο τηλέφωνό σου που τρέχει κάποιο άλλο λειτουργικό σύστημα. Περιλαμβάνει μια σειρά από αξιοσημείωτες τεχνολογικές καινοτομίες. Η αύξηση της χρήσης των ασυρμάτων δικτύων, του διαδικτύου και του παγκόσμιου ιστού τις τελευταίες πέντε δεκαετίες, μαζί με την πρόοδο στην κατασκευή των μικροεπεξεργαστών, των υλικών για τις οθόνες αφής, τα πακέτα των μπαταριών, των λογισμικών συστημάτων, των επιχειρησιακών μοντέλων... οδηγούν σε αυτή την καταπληκτική συσκευή που κρατάς στο χέρι σου. Συμβολίζει την ηλικία της διαδικτυωμένης ζωής.

Αυτά τα τηλέφωνα έχουν γίνει τα κινητά, ελαφριά, έξυπνα κέντρα προσοχής στις ζωές μας. Δε χρησιμοποιούνται μόνο για τηλεφωνικές κλήσεις, αλλά και για εφαρμογές δεδομένων: αποστολή μηνυμάτων, ηλεκτρονικό ταχυδρομείο, πλοήγηση στον παγκόσμιο ιστό, αναπαραγωγή ροής βίντεο, λήψη ηλεκτρονικών βιβλίων, μεταφόρτωση φωτογραφιών, παιχνίδια, ή βίντεο-συνεδρίες με φίλους. Αυτά τα δεδομένα κινούνται διαμέσου ενός κυψελοειδούς δικτύου και του διαδικτύου. Το κυψελοειδές δίκτυο αποτελείται από την Ερτζιανή διεπαφή και το κεντρικό δίκτυο. Εμείς, σε αυτό το κεφάλαιο θα εστιάσουμε στο κομμάτι της Ερτζιανής διεπαφής και θα στραφούμε στο κεντρικό δίκτυο στο κεφάλαιο 19.

Οι επίγειες ασύρματες επικοινωνίες έκαναν την εμφάνιση τους το 1940. Και τα κινητά δίκτυα έχουν περάσει από πολλά στάδια εξέλιξης από το 1970, φτάνοντας σε αυτό που ακούμε ως 4G αυτές τις μέρες. Στη δεκαετία του 1980, κάποιοι εκτίμησαν ότι θα υπήρχαν 1 εκατομμύριο χρήστες κινητών τηλεφώνων στις Ηνωμένες Πολιτείες μέχρι το 2000. Αυτό αποδείχτηκε ότι ήταν μια υπο-εκτίμηση η οποία δεν πλησιάζει στο ελάχιστο το πραγματικό αντίκτυπο των δικτυακών τεχνολογιών.

Για πάνω από τρεις δεκαετίες εξέλιξης, η θεμελιώδης έννοια της αρχιτεκτονικής των κινητών έχει παραμείνει ουσιαστικά η ίδια. Το σύνολο του χώρου της ανάπτυξης χωρίζεται σε μικρότερες περιοχές που ονομάζονται κυψέλες, συχνά αναπαριστώνται από εξάγωνα όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.1, εξού και το όνομα κινητά/κυψελοειδή δίκτυα και κινητά τηλέφωνα. Υπάρχει ένας **σταθμός βάσης (ΣΒ)** σε κάθε κυψέλη,

συνδεδεμένος από τη μια μεριά σε μεταγωγείς στο κεντρικό δίκτυο και από την άλλη μεριά στον **κινητό σταθμό** (ΚΣ) που έχει ανατεθεί σε κάθε κυψέλη. Ένας κινητός σταθμός θα μπορούσε να είναι ένα έξυπνο τηλέφωνο, ένας υπολογιστής ταμπλέτα, ένας φορητός υπολογιστής με ασύρματο διασυνδετή, ή οποιαδήποτε άλλη συσκευή με κεραίες που μπορεί να μεταδώσει και να λάβει στις σωστές συχνότητες ακολουθώντας το κυψελοειδές πρότυπο δικτύου. Υπάρχουν μερικά ακόμα ονόματα για αυτούς, όπως για παράδειγμα μερικές φορές ένας σταθμός αναφέρεται και σαν εξοπλισμός του χρήστη (User Equipment, UE) και ένας σταθμός βάσης καλείται ως ένας Κόμβος Β ή (Node B, NB) ή εξελιγμένος Κόμβος Β (evolved Node B, eNB).

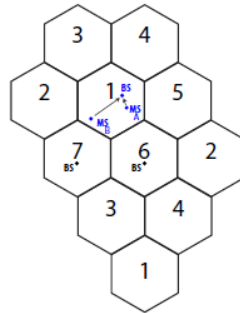
Βλέπουμε μια καθαρή ιεραρχία, μια σταθερή υποδομή και ενός-άλματος ραδιοζεύξεις στα κινητά/κυψελοειδή δίκτυα. Αυτό είναι εν αντιθέσει με άλλους τύπους ασύρματων δικτύων. Επιπλέον, η εγκατάσταση των σταθμών βάσης βασίζεται σε προσεκτική ράδιο-μηχανική και ελέγχονται αυστηρά από ένα πάροχο ασύρματου δικτύου, σε αντίθεση με τα ασύρματα δίκτυα στο κεφάλαιο 18.

Γιατί χωρίζουμε το χώρο σε μικρότερες περιοχές; Διότι το ασύρματο φάσμα είναι λιγιστό και τα ραδιοσήματα αποδυναμώνονται με την πάροδο του διαστήματος.

Το να μεταδίδεις σήματα μέσω του αέρα σημαίνει να εκπέμπεις ενέργεια σε τμήματα του ηλεκτρομαγνητικού **φάσματος**. Ορισμένες περιοχές του φάσματος δεσμεύονται από διαφορετικές χώρες για την κινητή τηλεπικοινωνία, όπως ακριβώς γίνεται δεσμευση του φάσματος για το AM και FM ράδιο. Για παράδειγμα, μια εμβέλεια 900MHz δεσμεύεται για το γνωστό 2G πρότυπο που ονομάζεται GSM (Παγκόσμιο Σύστημα Κινητών Επικοινωνιών) και στην Ευρώπη τα 1.95GHz και 2.15GHz εμβέλεια δεσμεύονται για το UMTS (Παγκόσμιο σύστημα κινητών τηλεπικοινωνιών), μια έκδοση του προτύπου 3G. Κάποιο κομμάτι του φάσματος είναι χωρίς άδεια, όπως συμβαίνει και στο ασύρματο δίκτυο που θα δούμε στο Κεφάλαιο 18. Άλλα κομμάτια έχουν άδεια, όπως τα κινητά δίκτυα, και ο πάροχος της ασύρματης επικοινωνίας θα πρέπει να αγοράσει αυτούς τους σπάνιους πόρους σε αρκετά υψηλές τιμές. Το φάσμα για τα κινητά δίκτυα διαχωρίζεται περεταιίρω σε κομμάτια, δεδομένου ότι είναι πολύ πιο εύκολο για τους πομπούς και τους δέκτες να λειτουργήσουν σε εύρος συχνότητας με πλάτος της τάξης των 10MHz στο 3G.

Τα σήματα που στέλνονται στον αέρα εξασθενούν ενόσω ταξιδεύουν σε μακρινές αποστάσεις. Το ποσό αυτής της εξασθένησης είναι συχνά ανάλογο με το τετράγωνο, ή ακόμα και την τέταρτη δύναμη της απόστασης που διένυσε. Επομένως, σε ένα τυπικό κινητό δίκτυο, μετά από κάποια χιλιόμετρα που θα διανύσουν, τα σήματα εξασθενούν τόσο πολύ που δεν μπορούν να ανιχνευτούν. Εκ πρώτης όψεως, ίσως αυτό να ακούγεται ως κάτι αρνητικό. Όμως αυτό που συμβαίνει ουσιαστικά είναι ότι το ίδιο εύρος που χρησιμοποιείται από το σταθμό βάσης Α μπορεί να επαναχρησιμοποιηθεί από έναν άλλο σταθμό βάσης Β που βρίσκεται αρκετά μακριά από τον Α. Το μόνο που χρειάζεται να κάνουμε είναι να ψηφοθετήσουμε τις ζώνες συχνοτή-

των όπως φαίνεται στο Σχήμα 1, έτσι ώστε κανένα ζεύγος κελιών/κυψελών να μοιράζεται την ίδια συχνότητα αν βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους. Στο Σχήμα 1.1, λέμε ότι υπάρχει ένας **παράγοντας επαναχρησιμοποίησης συχνοτήτων** των 7, καθώς τόσες ζώνες συχνοτήτων χρειάζονται ούτως ώστε δυο γειτονικές κυψέλες να μην μοιράζονται την ίδια συχνότητα. Η **κυψελοειδής αρχιτεκτονική** επιτρέπει στο δίκτυο να αναβαθμίζεται στο χώρο. Θα συναντήσουμε διάφορους άλλους τρόπους για να αναβαθμίσουμε ένα δίκτυο αργότερα.

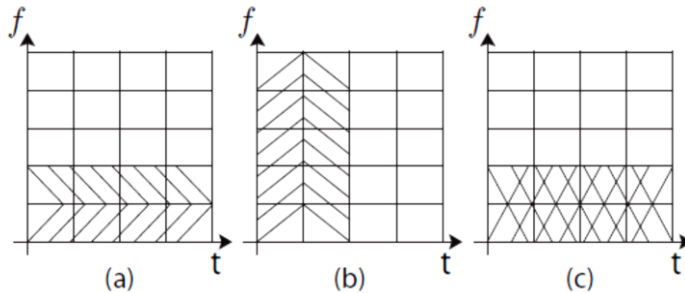


Σχήμα 1.1 Τμήμα ενός τυπικού κινητού/κυψελωτού δικτύου με επαναχρησιμοποίηση συχνότητας των 7. Κάθε κελί/κυψέλη είναι ένα εξάγωνο με σταθμό βάσης και πολλούς κινητούς σταθμούς. Μόνο λίγα από αυτά είναι σχεδιασμένα στο Σχήμα. Μερικοί κινητοί σταθμοί όπως ο ΚΣ Α, βρίσκονται κοντά στο σταθμό βάσης με ισχυρά κανάλια προς το ΣΒ. Άλλοι, όπως ο ΚΣ Β, βρίσκονται στην άκρη των κελιών με αδύναμα κανάλια. Η εναλλαγή επιτρέπει την επαναχρησιμοποίηση, αλλά η μεταβλητότητά τους και η αδυναμία ελέγχου της εναλλαγής θέτουν προκλήσεις στον σχεδιασμό κυψελοειδών δικτύων.

Τώρα, πως μπορούν οι χρήστες στην ίδια κυψέλη να μοιράζονται την ίδια μπάντα συχνότητας; Υπάρχουν δύο κύριες προσεγγίσεις: Η ορθογώνια και η μη-ορθογώνια κατανομή των πόρων.

Η συχνότητα είναι προφανώς το ένα είδος πόρου και ο χρόνος ένα άλλο. Στην **ορθογώνια κατανομή**, σε κάθε χρήστη δίνεται μια μικρή μπάντα της συχνότητας στην **πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας** (Frequency Division Multiple Access, **FDMA**), ή μια χρονοθυρίδα στη πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου (Time Division Multiple Access, **TDMA**). Η κατανομή του κάθε χρήστη είναι διαφορετική από του καθενός άλλου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2(α)(β). Αυτό συχνά οδηγεί σε μη-αποδοτική χρήση των πόρων. Θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια ένα επαναλαμβανόμενο θέμα: μια ειδική εκχώρηση των πόρων για τους χρήστες γίνεται αναποτελεσματική όταν οι χρήστες έρχονται και φεύγουν συχνά. Η εναλλακτική, **μη-ορθογώνια κατανομή**, επιτρέπει σε όλους τους χρήστες να μεταδίδουν την ίδια χρονική στιγμή πάνω στην ίδια μπάντα συχνότητας, όπως συμβαίνει και στην πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα.

Αυτού του είδους η πολυπλεξία πέρασε από πολλά σκαμπανεβάσματα με την τεχνολογική πρόοδο από το 1989-1995, αλλά τώρα βρίσκεται σε όλα τα 3G κινητά/κυψελοειδή πρότυπα, ως μέρος του σχεδιασμού. Στο πρώτο πρότυπο της πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα, το IS-95 της οικογενείας των 2G, η ίδια μπάντα συχνότητας επαναχρησιμοποιείται σε όλα τα κελιά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2(γ). Όμως πώς μπορούμε να ξέρουμε ξεχωριστά για κάθε χρήστη εάν τα σήματά τους επικαλύπτονται το ένα με το άλλο;



Σχήμα 1.2 Μέρος του πλέγματος χρόνου-συχνότητας φαίνεται παραπάνω. (α) Η πολυπλεξία διαίρεσης συχνότητας και (β) η πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου είναι κατανομή αφιερωμένων πόρων: κάθε μπάντα συχνότητας ή χρονοθυρίδα δίνεται σε έναν χρήστη. Αντίθετα, (γ) η πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα είναι κατανομή διαμοιραζόμενων πόρων: κάθε χώρος αποθήκευσης χρόνου-συχνότητας μοιράζεται σε πολλούς χρήστες, που μεταδίδουν και λαμβάνουν πάνω στην ίδια μπάντα συχνοτήτων και την ίδια χρονική στιγμή. Οι χρήστες αυτοί διαφοροποιούνται μέσω της επεξεργασίας σήματος. Ο έλεγχος ισχύος επίσης βοηθάει στη διαφοροποίηση των σημάτων τους. Για οπτική απλοποίηση, δείχνουμε μόνο δυο κομμάτια των πόρων.

Σκεφτείτε ένα πάρτι με κοκτέιλ με πολλά ζευγάρια ανθρώπων που προσπαθούν να πραγματοποιήσουν κατ' ιδίαν συνομιλίες. Εάν κάθε ζευγάρι παίρνει σειρά για να επικοινωνήσει και μόνο ο ένας μιλάει σε κάθε χρονοθυρίδα, έχουμε σύστημα πολυπλεξίας διαίρεσης χρόνου. Εάν όλα τα ζευγάρια μπορούν να επικοινωνήσουν ταυτόχρονα και καθένα από αυτά χρησιμοποιεί διαφορετική γλώσσα ώστε να αποφύγει τη σύγχυση, τότε έχουμε σύστημα πολυπλεξίας διαίρεσης κώδικα. Όμως δεν υπάρχουν αρκετές γλώσσες των οποίων η προφορά να μην προκαλεί σύγχυση και το ανθρώπινο αυτί δεν είναι τόσο καλό ώστε να είναι σε θέση να κάνει αποκωδικοποίηση, επομένως λοιπόν η παρεμβολή εξακολουθεί να αποτελεί πρόβλημα.

Πώς μπορούμε να ελέγξουμε την ένταση της φωνής του κάθε ατόμου; Κάθε πομπός ρυθμίζει την ένταση της φωνής του, με βάση τις σχετικές αποστάσεις μεταξύ των ομιλητών και ακροατών. Σε ένα όμως αληθινό πάρτι με κοκτέιλ, καταλήγουμε σε μια κατάσταση όπου ο καθένας φωνάζει με το μέγιστο της φωνής του, εκτός αν υπάρχει κάποιο πρωτόκολλο ευγένειας ή πονάνε οι φωνητικές χορδές κάποιου ώστε

να υψώσει τη φωνή του. Ο έλεγχος ισχύος μετάδοσης ελπίζουμε πως μπορεί να μετριάσει αυτό το πρόβλημα.

Η κύρια ιδέα που κρύβεται πίσω από τα πρότυπα της πολυπλεξίας διαίρεσης κώδικα είναι τα εξής: ο πομπός πολλαπλασιάζει τα ψηφιακά σήματα με μια αλληλουχία των 1s και -1s, αυτή την αλληλουχία την ονομάζουμε **κώδικα διασποράς**. Ο δέκτης πολλαπλασιάζει τα λαμβανόμενα δυαδικά ψηφία με τον ίδιο κώδικα διασποράς των αρχικών σημάτων. Είναι προφανές ότι: 1×1 κάνει 1 και -1×-1 πάλι 1. Κάτι μη τετριμμένο ωστόσο είναι ότι η οικογένεια των κωδικών διασποράς μπορούν να σχεδιαστούν έτσι ώστε μόνο ένας κώδικας διασποράς, ο αρχικός που χρησιμοποιείται από τον πομπό, μπορεί να ανακτήσει τα σήματα. Εάν χρησιμοποιήσεις οποιοδήποτε άλλο κώδικα διασποράς αυτής της οικογένειας, θα λάβεις δυαδικά ψηφία με θόρυβο και με χωρίς κάποια συνάφεια. Αυτή την οικογένεια την ονομάζουμε οικογένεια **ορθογώνιων κωδικών**. Οι χρήστες εξακολουθούν να χωρίζονται με ορθογωνιοποίηση, ακριβώς όπως στην «διαίρεση κώδικα», σε αντίθεση με την πιο διαισθητική «διαίρεση χρόνου» και «διαίρεση συχνότητας». Αυτή η διαδικασία ονομάζεται **διασπορά φάσματος άμεσης ακολουθίας**, ένας από τους δυο τρόπους να ενεργοποιηθεί η πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα.

Ωστόσο, μπορεί να μην υπάρχουν αρκετοί ορθογώνιοι κώδικες διασποράς για όλους τους κινητούς σταθμούς. Οικογένειες των ορθογώνιων κωδικών είναι περιορισμένοι όσο αναφορά τα μεγέθη τους. Επιπλέον, μια μικρή μετατόπιση στον άξονα του χρόνου μπορεί να ανακατέψει τα ανακτηθέντα δυαδικά ψηφία στον δέκτη. Χρειαζόμαστε τα ρολόγια από όλες τις συσκευές να είναι συγχρονισμένα. Όμως αυτό είναι ανέφικτο για την **ανερχόμενη ζεύξη**, όπου τα κινητά μιλάνε με το σταθμό βάσης: Οι κινητοί σταθμοί δεν μπορούν εύκολα να συντονίσουν τα ρολόγια τους. Είναι δύσκολο ακόμη και στην **κατερχόμενη ζεύξη**, όπου ο σταθμός βάσης μιλάει με τις κινητές συσκευές: ο σταθμός βάσης έχει ένα μοναδικό ρολόι όμως το ασύρματο κανάλι παραμορφώνει τα δυαδικά ψηφία. Στο τέλος, δεν έχουμε τελειοποιημένους ορθογώνιους κώδικες διασποράς, μολονότι αυτοί οι ατελείς κώδικες εξακολουθούν να παρέχουν σημαντικό «κέρδος κωδικοποίησης» στη διαφοροποίηση των σημάτων.

Χρειαζόμαστε έναν εναλλακτικό μηχανισμό που να διαφοροποιεί τους χρήστες και να διαχειρίζεται το πρόβλημα της **παρεμβολής**. Τα ασύρματα σήματα είναι ενέργεια που διαδίδεται στον αέρα και το σήμα του κάθε χρήστη είναι ουσιαστικά η παρεμβολή στον άλλο χρήστη. Η παρεμβολή μαζί με την απόσβεση του σήματος από την απόσταση και την εξασθένηση του σήματος από τα πολλαπλά μονοπάτια, είναι τα τρία κορυφαία ζητήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν στα ασύρματα κανάλια. Η παρεμβολή είναι ένα παράδειγμα **αρνητικού εξωτερικού αρνητικού παράγοντα** που θα λάβουμε υπόψη μας πολλές φορές σε αυτό το βιβλίο μαζί με τρόπους σωτερίκευσής του με τον σχεδιασμό κατάλληλων μηχανισμών.

Εδώ έχουμε ένα παράδειγμα σημαντικής παρεμβολής. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.1, ένας χρήστης που βρίσκεται δίπλα από τον σταθμό βάσης μπορεί πολύ εύκολα

να κατακλύσει έναν άλλο χρήστη που είναι πολύ μακριά από την άκρη της κυψέλης. Αυτό είναι το κλασικό **κοντινό-μακρινό** πρόβλημα στα δίκτυα με πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα το οποίο είχε λυθεί στο πρότυπο IS-95 από την Qualcomm, 20 χρόνια πριν. Η λύση αυτή ήταν ένας από τους ακρογωνιαίους λίθους για την αξιοποίηση των δυνατοτήτων της πολυπλεξίας με διαίρεση κώδικα από τότε.

Η λύση της Qualcomm για το κοντινό-μακρινό πρόβλημα είναι απλή και αποτελεσματική. Αξιοποιεί το συμπέρασμα και, στη συνέχεια, την ανατροφοδότηση της εκτίμησης της ποιότητας του καναλιού. Σκεφτείτε μια μετάδοση ανερχόμενης ζεύξης: πολλαπλοί κινητοί σταθμοί προσπαθούν να στείλουν σήματα στο σταθμό βάσης μιας συγκεκριμένης κυψέλης. Ο σταθμός βάσης μπορεί να εκτιμήσει την ποιότητα του καναλιού από έναν κινητό σταθμό μέχρι τον εαυτό του, π.χ., κοιτάζοντας το λόγο της ισχύος του λαμβανόμενου σήματος προς την ισχύ εκπομπής, με το τελευταίο να είναι προ-ρυθμισμένο σε κάποια σταθερή τιμή κατά τη διάρκεια της εκτίμησης της χρονοθυρίδας του καναλιού. Μετά, ο σταθμός βάσης αντιστρέφει την ποιότητα του καναλιού και στέλνει αυτή την τιμή, κάποιου καναλιού ελέγχου ανάδρασης, πίσω στους κινητούς σταθμούς, λέγοντάς τους ότι αυτοί είναι οι κερδοφόροι παράγοντες που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν για να ορίσουν τις ισχύες μετάδοσης. Με αυτόν τον τρόπο, όλες οι λαμβανόμενες ισχύες σημάτων θα είναι ισοδύναμες. Αυτός είναι ο βασικός αλγόριθμος του **ελέγχου ισχύος μετάδοσης** στην πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα.

Τι συμβαίνει όμως εάν η εξίσωση των ισχύων των λαμβανόμενων σημάτων δεν είναι ο σωστός στόχος; Στις φωνητικές κλήσεις, την τυπική εφαρμογή σε κινητά με 2G δίκτυο, υπάρχει συχνά μια τιμή-στόχος της λαμβανόμενης ποιότητας του σήματος που κάθε κυψέλη θα πρέπει να επιτύχει. Αυτός ο παράγοντας της ποιότητας του σήματος ονομάζεται **Λόγος σήματος προς παρεμβολή (Signal to Interference Ratio, SIR)**. Είναι ο λόγος μεταξύ της ληφθείσας ισχύος σήματος και του αθροίσματος των εντάσεων παρεμβολής (συν την ένταση του θορύβου που λαμβάνεται). Φυσικά είναι πολύ εύκολο να αυξήσεις τον SIR για έναν χρήστη: απλώς αυξάνεις την ένταση του πομπού. Όμως αυτό μεταφράζεται ως υψηλότερη παρεμβολή για όλους τους υπόλοιπους χρήστες, κάτι το οποίο τελικά σε υψηλότερη ένταση μετάδοσης από αυτούς εάν θέλουν να διατηρήσουν ή να βελτιώσουν το δικό τους SIR. Αυτή η θετική ανατροφοδότηση κλιμακώνεται σε πολύ μεγάλη ένταση μετάδοσης, μέχρις ότου κάθε χρήστης φωνάζει στο μέγεθος της φωνής του. Αυτή δεν θα ήταν μια επιθυμητή κατάσταση για να λειτουργήσει.

Εάν κάθε χρήστης δημιουργεί ένα λογικό SIR, θα μπορούσαμε να βελτιώσουμε αυτή την κλιμάκωση μεγάλης έντασης της μετάδοσης μέσω κάποιου πιο «έξυπνου» ελέγχου έντασης; Εδώ, το είμαστε «λογικοί» σημαίνει ότι τα SIRs που στοχεύουν όλοι οι χρήστες σε μια κυψέλη είναι αμοιβαίως συμβατά. Μπορούν να επιτευχθούν ταυτόχρονα με κάποια ρύθμιση των εντάσεων μετάδοσης στους κινητούς σταθμούς.

Η απάντηση είναι ναι. Το 1992-1993, μια σειρά από αποτελέσματα ερευνών ανέπτυξαν τη βασική έκδοση του **Κατανεμημένου Ελέγχου Ισχύος (Distributed Power Control, DPC)**, ένας πλήρως **κατανεμημένος αλγόριθμος**. Θα επιστρέψουμε σε αυτή τη συζήτηση, στο τι εννοούμε με τη λέξη «κατανεμημένος» και «πλήρως κατανεμημένος». Για τώρα, αρκεί να πούμε ότι στον κατανεμημένο έλεγχο ισχύος, κάθε ζεύγος πομπών (π.χ. ένας κινητός σταθμός) και δεκτών (π.χ. ένας σταθμός βάσης) δε χρειάζεται να γνωρίζει την ένταση μετάδοσης ή την ποιότητα του καναλιού κανενός από τα υπόλοιπα ζεύγη. Σε κάθε χρονοθυρίδα, αυτό που χρειάζεται να γνωρίζει είναι το πραγματικό SIR που επιτυγχάνει στον δέκτη. Στη συνέχεια, παίρνει τον λόγο μεταξύ του προσαρμοσμένου, στοχευόμενου SIR και του πραγματικού SIR που υπολογίστηκε σε αυτή τη χρονοθυρίδα, το πολλαπλασιάζει με την τρέχουσα ισχύ μετάδοσης με αυτή την αναλογία και αυτό που βγαίνει ως αποτέλεσμα είναι η ισχύς μετάδοσης για την επόμενη χρονοθυρίδα. Αυτή η ενημέρωση συμβαίνει ταυτοχρόνως σε κάθε ζεύγος πομπού και δέκτη.

Αυτή η απλή μέθοδος είναι ένας επαναληπτικός αλγόριθμος. Οι ενημερώσεις συνεχίζουν από τη μια χρονοθυρίδα στην επόμενη, αντιθέτως με τον άμεσο αλγόριθμο εξισορρόπησης της λαμβανόμενης ισχύος. Όταν ο στοχευόμενος SIR έχει επιτευχθεί ταυτόχρονα, έχει αποδειχθεί ότι αυτός συγκλίνει: η επαναλαμβανόμενη διαδικασία σταματάει με την πάροδο του χρόνου. Όταν σταματήσει, σταματάει στην σωστή λύση: μια ελάχιστη διαμόρφωση της ισχύος μετάδοσης που επιτυγχάνει τον προσδοκώμενο SIR για όλους. Ο κατανεμημένος αλγόριθμος συγκλίνει αρκετά γρήγορα, πλησιάζοντας τα σωστά επίπεδα ισχύος με ένα λάθος που διασπάται ως γεωμετρική σειρά. Ο κατανεμημένος έλεγχος ισχύος (DPC) μπορεί ακόμη και να διεξαχθεί ασύγχρονα: κάθε λόγος έχει ένα διαφορετικό ρολόι και επομένως διαφορετικό ορισμό για το σε ποιά χρονοθυρίδα είμαστε τώρα.

Φυσικά, σε πραγματικά συστήματα, οι χρονοθυρίδες είναι πράγματι *ασύγχρονες* και τα επίπεδα ισχύος είναι *διακριτά*. Οι ασύγχρονες και κβαντισμένες εκδόσεις του DPC έχουν υλοποιηθεί σε όλα τα πρότυπα της πολυπλεξίας διαίρεσης κώδικα στα 3G δίκτυα. Κάποια πρότυπα τρέχουν έλεγχο ισχύος 1500 φορές το δευτερόλεπτο, ενώ άλλα 800 φορές το δευτερόλεπτο. Ορισμένα πρότυπα μπορούν να διακρίνουν τα επίπεδα ισχύος στο 0.1dB, ενώ άλλα στα 0.2 και 0.5dB. Χωρίς την πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα, τα κινητά μας δίκτυα σήμερα δε θα λειτουργούσαν αποδοτικά. Χωρίς τους αλγόριθμους ελέγχου ισχύος (και τη σχετική μέθοδο μετατομής για την υποστήριξη της κινητικότητας των χρηστών), η πολυπλεξία διαίρεσης κώδικα δε θα μπορούσε να λειτουργήσει σωστά. Στο κεφάλαιο 19 θα συζητήσουμε ένα πρότυπο 4G, που ονομάζεται LTE στο οποίο χρησιμοποιείται η τεχνολογία της «Ορθογώνιας Πολυπλεξίας Διαίρεσης Συχνότητας» αντί της πολυπλεξίας διαίρεσης κώδικα, ωστόσο ο έλεγχος ισχύος εξακολουθεί να προκαλεί τη μείωση των παρεμβολών και τη διαχείριση της ενέργειας.

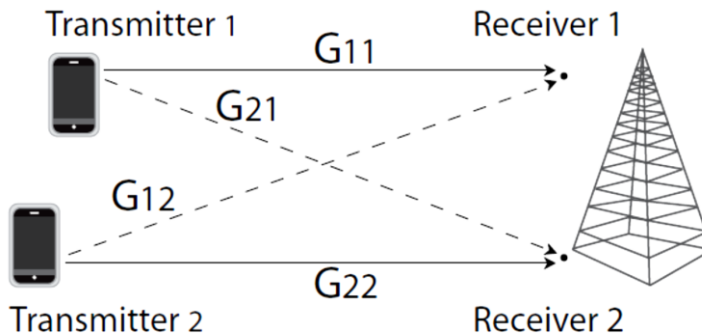
Αργότερα, στο Κεφάλαιο 18, θα συζητήσουμε κάποιες από τις τελευταίες ιδέες που παρουσιάστηκαν σε αυτό το κεφάλαιο και που θα βοηθήσουν περαιτέρω την ώθηση των ρυθμών δεδομένων σε νέα πρότυπα ασυρμάτων δικτύων να κείνται από την διάσπαση, συρρίκνωση και προσαρμογή των κελιών στην υπέρθεση μικρών κελιών στην κορυφή μεγαλύτερων για την αποφόρτιση της κυκλοφορίας, καθώς και από την ενίσχυση πολλαπλών κεραιών αναζητώντας την σωστή θέση στον τεμαχισμό των ευρών συχνοτήτων για την πιο αποδοτική διαχείριση σήματος.

1.2 Μια μεγάλη απάντηση

1.2.1 Καταναμημένος Έλεγχος Ισχύος

Πριν να προβούμε σε κάποια γενική συζήτηση για το DPC, θα πρέπει πρώτα να ορίσουμε κάποιους συμβολισμούς.

Θεωρήστε N ζεύγη πομπών και δεκτών. Κάθε ζεύγος είναι ένα λογικό κανάλι, ευρετηριασμένο κατά i . Η ισχύς μετάδοσης του πομπού της ζεύξης i είναι p_i , ένας θετικός αριθμός, ο οποίος συνήθως φτάνει τη μέγιστη τιμή: $p_i \leq p_{\max}$ (παρόλο που δε θα λάβουμε υπόψη μας το εν λόγω ανώτατο όριο στην ανάλυση του αλγόριθμου). Η ισχύς μετάδοσης επιδρά τόσο στην λαμβανόμενη ισχύ στον δέκτη-προορισμό, όσο στην λαμβανόμενη παρεμβολή στους δέκτες όλων των υπόλοιπων ζευγών.



Σχήμα 1.3 Η παρεμβολή της επερχόμενης ζεύξης μεταξύ δυο κινητών σταθμών στο σταθμό βάσης. Μπορούμε να θεωρήσουμε το σταθμό βάσης ως δυο παρατιθέμενους δέκτες (receivers). Τα G_{11} και G_{22} είναι τα άμεσα κέρδη του καναλιού, όσο μεγαλύτερα, τόσο το καλύτερο. Τα G_{12} και G_{21} είναι τα κέρδη του καναλιού σε παρεμβολή. Όσο πιο μικρά, τόσο το καλύτερο.

Τώρα, θεωρείστε το κανάλι από τον πομπό της ζεύξης j (π.χ. το ζεύγος πομπού-δέκτη) στον δέκτη της ζεύξης i , και θεωρήστε το **κέρδος καναλιού** ως G_{ij} . Επομένως

το G_{ii} είναι το άμεσο κέρδος καναλιού, όσο μεγαλύτερο, τόσο το καλύτερο καθώς είναι το κανάλι για την προβλεπόμενη μετάδοση για τη ζεύξη i . Όλα τα υπόλοιπα G_{ij} , για j διάφορο του i , είναι τα κέρδη για τα κανάλια παρεμβολής, οπότε όσο πιο μικρό, τόσο πιο καλά. Αυτά τα ονομάζουμε «κέρδη» καναλιού ενώ στην πραγματικότητα είναι μικρότερα από 1, οπότε ίσως θα ήταν καλύτερος ο όρος «απώλεια» καναλιού.

Αυτός ο συμβολισμός απεικονίζεται στο Σχήμα 1.3 για την απλή περίπτωση των δυο κινητών σταθμών που μιλάνε σε κάποιο σταθμό βάσης, ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ως δυο διαφορετικοί δέκτες τοποθετημένοι (λογικά χωρισμένοι) σε κοντινή φυσική απόσταση.

Κάθε G_{ij} προσδιορίζεται από δυο κύριους παράγοντες: (1) τη φυσική θέση των πομπών και δεκτών και (2) την ποιότητα του καναλιού μεταξύ τους. Το G_{ij} ενισχύεται επίσης και από τους κώδικες διασποράς της πολυπλεξίας διαίρεσης κώδικα που βοηθάει τους δέκτες να αποκωδικοποιούν με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Η λαμβανόμενη ισχύς της προτιθέμενης μετάδοσης στον δέκτη είναι επομένως $G_{ii}p_i$. Τι συμβαίνει με την παρεμβολή; Είναι το άθροισμα του $G_{ij}p_j$ για j πομπούς (διαφορετικό από το σωστό i): $\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j$. Υπάρχει επίσης θόρυβος n_i στα ηλεκτρονικά του κάθε δέκτη i . Επομένως μπορούμε να γράψουμε το SIR ως ένα μη μοναδιαίο λόγο, στον δέκτη μιας λογικής ζεύξης i :

$$SIR_i = \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j + n_i} \quad (1.1)$$

Για την καλύτερη αποκωδικοποίηση των πακέτων, ο δέκτης χρειάζεται να διατηρήσει ένα συγκεκριμένο επίπεδο του SIR. Αυτό θα το συμβολίζουμε ως γ_i για τη ζεύξη i και θέλουμε $SIR_i \geq \gamma_i$ για κάθε i . Προφανώς αυξάνοντας το p_i αυξάνει το SIR για τον δέκτη i αλλά μειώνεται για όλους τους υπόλοιπους δέκτες.

Όπως σε έναν τυπικό αλγόριθμο που θα συναντήσουμε κατά τη διάρκεια του βιβλίου, υποθέτουμε ότι ο χρόνος διαχωρίζεται σε διακριτές θυρίδες, κάθε μια ευρετηριασμένη με βάση το $[t]$. Σε κάθε t , ο δέκτης στη ζεύξη i μπορεί να μετρήσει το λαμβανόμενο SIR άμεσα, και να ανατροφοδοτήσει αυτό τον αριθμό $SIR_i[t]$ στον πομπό.

Ο αλγόριθμος καταναμημένου ελέγχου ισχύος μπορεί να περιγραφεί μέσω μιας απλής εξίσωσης: κάθε πομπός απλά πολλαπλασιάζει το τρέχον επίπεδο ισχύος $p_i[t]$ με τον λόγο μεταξύ του επιθυμητού SIR, γ_i και το τρέχον SIR_i που έχει μετρηθεί, ώστε να λάβουμε το επίπεδο ισχύος που θα χρησιμοποιήσουμε στην επόμενη χρονοθυρίδα:

$$p_i[t + 1] = \frac{\gamma_i}{SIR_i[t]} p_i[t], \text{ για κάθε } i. \quad (1.2)$$

Μπορούμε να δούμε ότι κάθε χρήστης i χρειάζεται να μετρήσει μόνο το δικό του SIR σε κάθε επανάληψη και να θυμάται μόνο το δικό του SIR. Δεν χρειάζεται να γίνεται πέρασμα κανενός μηνύματος, όπως για παράδειγμα να πεις στους άλλους χρήστες τι επίπεδο ισχύος χρησιμοποιείς. Είναι απλός στην επικοινωνία και είναι πολύ κατανεμημένος αλγόριθμος. Θα συναντήσουμε αργότερα πολλούς τύπους κατανεμημένων αλγορίθμων σε διάφορα είδη δικτύων.

Ο αλγόριθμος αυτός είναι επίσης πολύ απλός όσο αναφορά στον υπολογισμό: περιλαμβάνει μόνο μια διαίρεση και έναν πολλαπλασιασμό. Ακόμη, είναι απλό και στις παραμέτρους διαμόρφωσης: καμία παράμετρος δε χρειάζεται διαμόρφωση στον αλγόριθμο, εν αντιθέσει με άλλους αλγορίθμους που θα συναντήσουμε σε αυτό το βιβλίο. Η απλότητα είναι ο βασικός λόγος για τον οποίο κάποιοι αλγόριθμοι εφαρμόζονται ευρέως στην πράξη.

Διαισθητικά, ο αλγόριθμος αυτός έχει νόημα. Πρώτον, όταν σταματούν οι επαναλήψεις εξαιτίας του ότι κανενός η ισχύς δε μεταβάλλεται πια (π.χ. όταν έχουμε συγκλίνει σε μια κατάσταση ισορροπίας), τότε μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι: $SIR_i = \gamma_i$ για κάθε i .

Δεύτερον, υπάρχει αισιοδοξία ότι ο αλγόριθμος πραγματικά θα συγκλίνει, με βάση την κατεύθυνση στην οποία τα επίπεδα ισχύος διακινούνται. Η ισχύς της μετάδοσης μετακινείται πάνω όταν ο λαμβανόμενος SIR είναι κάτω από τον αναμενόμενο στόχο και μετακινείται κάτω όταν είναι πάνω από τον στόχο. Αυτό αποδεικνύει ότι η σύγκλιση που συμβαίνει δεν είναι κάτι απλό. Καθώς ένας πομπός αλλάζει την ισχύ του, οι υπόλοιποι πομποί κάνουν το ίδιο και δεν είναι ξεκάθαρο το ποιές θα είναι οι τιμές του SIR της χρονοθυρίδας. Στην πραγματικότητα, αυτός ο αλγόριθμος δεν συγκλίνει εάν πολλά γ_i είναι πού μεγάλα (π.χ. όταν πολλοί χρήστες θέτουν μεγάλα SIRs ως στόχους).

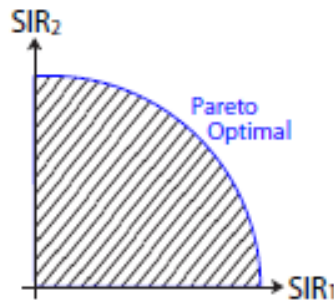
Τρίτον, εάν το μόνο κριτήριο είναι η ικανοποίηση των στόχων που έχουν τεθεί για το SIR, τότε υπάρχουν πολλές διαμορφώσεις που μπορούν να γίνουν στην μεταδιδόμενη ισχύ ώστε να το επιτύχουν αυτό. Εάν $p_1 = p_2 = 1$ mW επιτυγχάνει αυτούς τους δυο στόχους των χρηστών για το SIR, τότε, το $p_1 = p_2 = 10$ mW θα το κάνει επίσης. Θέλουμε να διαλέξουμε την διαμόρφωση αυτή που χρησιμοποιεί την μικρότερη ποσότητα ισχύος. Θέλουμε τη λύση με τη μικρότερη δυνατή κατανάλωση. Ο παραπάνω αλγόριθμος φαίνεται να προσαρμόζει χαμηλά την κατανάλωση ισχύος όταν η υψηλή ισχύς είναι περιττή.

Ο κατανεμημένος έλεγχος ισχύος (DPC) απεικονίζει ένα επαναλαμβανόμενο θέμα σε αυτό το βιβλίο. Θα δούμε ότι σχεδόν σε κάθε κεφάλαιο ότι οι ατομικές συμπεριφορές που οδηγούνται από προσωπικό ενδιαφέρον συχνά συγκλίνουν σε ένα συνολικά δίκαιο και αποτελεσματικό καθεστώς μεταξύ όλων των χρηστών, ειδικότερα όταν υπάρχουν τα κατάλληλα σήματα αναπληροφόρησης. Αντίθετα, ένας κεντρικός έλεγχος ή τυχαίας ατομικές κινήσεις θα είχαν σαν αποτέλεσμα αρνητικά αποτελέσματα.

1.2.2 Ο Κατανεμημένος Έλεγχος Ισχύος ως μια βελτιστοποιημένη λύση

Γενικά, οι ερωτήσεις του τύπου: «θα συγκλίνει» και «θα συγκλίνει στη σωστή λύση» είναι και οι πιο φλέγουσες ερωτήσεις που στοχεύουν να απαντηθούν με το σχεδιασμό όλων των επαναληπτικών αλγορίθμων. Φυσικά, το ποιά είναι η «σωστή λύση» εξαρτάται από το τι ορίζουμε εμείς ως βελτιστοποίηση. Σε αυτή την περίπτωση, η «βέλτιστη λύση» είναι η χαμηλή κατανάλωση ισχύος που επιτυγχάνει τους στόχους των χρηστών για το SIR. Η ελάττωση της ισχύος είναι ο **στόχος**, ενώ το να επιτύχεις το στόχο του SIR για κάθε χρήστη είναι ο **περιορισμός**.

Σε αυτή την περίπτωση, υπάρχουν πολλοί τρόποι να διευθετήσεις αυτές τις ερωτήσεις, για παράδειγμα χρησιμοποιώντας μηχανήματα από τη θεωρία βελτιστοποίησης ή θεωρίας των παιγνίων. Όπως και να έχει, μπορούμε να δείξουμε ότι υπό την προϋπόθεση ότι ο στόχος για τις τιμές του SIR είναι εφικτός, ο κατανεμημένος έλεγχος ισχύος συνεχώς θα συγκλίνει προς τη σωστή λύση.



Σχήμα 1.4 Μια απεικόνιση της περιοχής σκοπιμότητας του SIR. Είναι ένα σύνολο περιορισμών για βελτιστοποίηση του ελέγχου της ισχύος, και απεικονίζει τον ανταγωνισμό μεταξύ των χρηστών. Οποιοδήποτε σημείο αυστηρά μέσα στη σκιασμένη περιοχή είναι ένα εφικτό διάνυσμα κάποιου SIR στόχου. Κάθε σημείο εκτός της σκιασμένης περιοχής είναι ανέφικτο. Και κάθε σημείο στο όριο της καμπύλης είναι ένα ιδανικό σημείο Pareto (Pareto Optimal): δεν μπορεί κανείς να αυξήσει το SIR ενός χρήστη χωρίς αυτό να προκαλέσει μείωση στο SIR κάποιου άλλου χρήστη.

Μπορούμε να απεικονίσουμε ένα τυπικό σύνολο εφικτών SIRs στην εφικτή περιοχή των SIRs που φαίνονται στο Σχήμα 1.4. Σαφώς, θέλουμε να λειτουργήσουμε στο όριο αυτής της περιοχής και κάθε σημείο στο όριο αυτής της περιοχής ονομάζεται **βέλτιστο Pareto** (Pareto optimal). Σε αυτό το όριο ενός χρήστη υψηλό SIR μπορεί να επιτευχθεί αλλά σε βάρος ενός άλλου χρήστη με χαμηλό SIR. Αυτό αναδεικνύει ένα άλλο θέμα που επανέρχεται στο βιβλίο: η ανάγκη για την αντιμετώπιση διλημάτων μεταξύ ανταγωνιζόμενων χρηστών και δια μέσω διαφορετικών σχεδιασμών και τη σημασία της παροχής κινήτρων για τους ανθρώπους ώστε να αντιδρούν. Δεν

υπάρχει τίποτα που να διατίθεται ελεύθερα. Χρειάζεται εξισορρόπηση μεταξύ ωφελειών και κόστους.

Αποδεικνύεται ότι το DPC λύνει επίσης ένα παγκόσμιο πρόβλημα βελτιστοποίησης για το δίκτυο. Εδώ “παγκόσμιο” σημαίνει ότι τα ενδιαφέροντα όλων των χρηστών είναι ενσωματωμένα. Σε αυτή την περίπτωση, μειώνεται το άθροισμα των ισχύων μετάδοσης, και έτσι θα πρέπει να επιτυγχάνεται ο SIR στόχος κάθε χρήστη. Ένα πρόβλημα **βελτιστοποίησης** διατυπώνεται όταν έχουμε μια αντικειμενική συνάρτηση και ένα σύνολο περιορισμών και επίσης έχουμε καθορίσει ποιες ποσότητες είναι μεταβλητές και ποιες είναι σταθερές. Σε αυτή την περίπτωση, οι ισχύες μετάδοσης είναι μεταβλητές. Τα SIR που επιτεύχθηκαν είναι επίσης μεταβλητές, αλλά προέρχονται από τις ισχύες. Όλες οι άλλες ποσότητες είναι σταθερές: δεν υπάρχει βαθμός ελευθερίας υπό τον έλεγχό σας. Εάν η μεταβλητή ενός διάνυσματος x_0 ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς, τότε την ονομάζουμε **εφικτή λύση**. Εάν οι περιορισμοί ενός προβλήματος βελτιστοποίησης δεν είναι αμοιβαίως συμβατοί, τότε αποκαλούμε τη λύση **ανέφικτη**. Εάν η x^* είναι και εφικτή λύση και καλύτερη από οποιαδήποτε άλλη εφικτή λύση, π.χ., δίνει τη μικρότερη αντικειμενική τιμή συνάρτησης για ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης (ή τη μεγαλύτερη αντικειμενική τιμή συνάρτησης για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης), τότε την αποκαλούμε **ιδανική λύση**. Ιδανική λύση μπορεί να μην υπάρχει, π.χ., ελαχιστοποίηση του $1/x$ για $x \in \mathbb{R}$. Η ιδανική λύση μπορεί να μην είναι μοναδική. Παρακάτω παρουσιάζεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης εναλλασσόμενης ισχύος μετάδοσης για να ικανοποιήσει τους περιορισμούς του SIR στόχου και κατόπιν να ελαχιστοποιήσει τη συνολική ισχύ:

$$\begin{aligned} & \text{ελαχιστοποίηση του } \sum_i p_i \\ & \text{γνωρίζοντας ότι } SIR_i(\mathbf{p}) \geq \gamma_i, \quad \forall i \\ & \text{με μεταβλητά } \mathbf{p}. \end{aligned} \tag{1.3}$$

Το πρόβλημα (1.3) θα φαινόταν πολύπλοκο αν αντικαταστήσει κανείς τον ορισμό (1.1) του SIR με μια συνάρτηση για όλο το διάνυσμα \mathbf{p} :

$$\begin{aligned} & \text{ελαχιστοποίηση του } \sum_i p_i \\ & \text{γνωρίζοντας ότι } \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j + n_i} \geq \gamma_i, \quad \forall i \\ & \text{με μεταβλητά } \mathbf{p}. \end{aligned}$$

Αλλά μπορεί να απλοποιηθεί μέσω μιας διαφορετικής αναπαράστασης. Μπορούμε να ξαναγράψουμε το πρόβλημα σαν ένα **πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού**: ελαχιστοποιώντας μια γραμμική συνάρτηση μεταβλητών, γνωρίζοντας γραμμικούς περιορισμούς αυτών των μεταβλητών:

$$\text{ελαχιστοποίηση του } \sum_i p_i$$

$$\text{γνωρίζοντας ότι } G_{ii}p_i - \gamma_i(\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j + n_i) \geq 0, \quad \forall i$$

με μεταβλητά \mathbf{p} .

Τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού είναι εύκολα προβλήματα βελτιστοποίησης, και πιο γενικά, η κυρτή βελτιστοποίηση (που θα παρουσιαστεί στ Κεφάλαιο 4) είναι εύκολη· εύκολη στη θεωρία με το βαθμό της πολυπλοκότητας της και εύκολη στην πράξη με γρήγορο λογισμικό επίλυσης. Επίσης στο Προχωρημένο Υλικό δείχνεται η παραγωγή του DPC ως μια λύση αυτού του προβλήματος βελτιστοποίησης (1.3).

Θα διατυπώνουμε και θα επιλύουμε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλές φορές στα επόμενα κεφάλαια. Γενικά, η επίλυση μιας καθολικής βελτιστοποίησης μέσω τοπικών ενεργειών από κάθε χρήστη είναι δύσκολη. Αλλά σε αυτή την περίπτωση, αποδεικνύεται ότι η εγωιστική συμπεριφορά των χρηστών στα πλαίσια της ατομικής τους ελαχιστοποίησης ισχύος λύνει επίσης το καθολικό, πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς· τα ενδιαφέροντα των χρηστών είναι ήδη σωστά ευθυγραμμισμένα. Αυτό είναι περισσότερο μια εξαίρεση παρά ο κανόνας.

1.2.3 Το DPC ως παιχνίδι

Ο έλεγχος της ισχύος είναι ένας διαγωνισμός. Η ισχύς που λαμβάνει ένας χρήστης είναι παρεμβολή για έναν άλλο χρήστη. Κάθε παίκτης ψάχνει για τη σωστή “κίνηση,” (ή στην περίπτωσή μας, τη σωστή ισχύ μετάδοσης) έτσι ώστε η “πληρωμή” του να βελτιστοποιηθεί (στην περίπτωσή μας, η ισχύς μετάδοσης είναι η μικρότερη δυνατή όταν παρέχεται στο χρήστη ο στόχος του SIR γ_i). Ελπίζουμε επίσης ότι το συνολικό δίκτυο θα φτάσει σε κάποιο επιθυμητό σημείο ισορροπίας καθώς ο κάθε χρήστης εφαρμόζει τη στρατηγική του. Οι έννοιες “παίχτες”, “κίνηση” και “πληρωμή” μπορούν να οριστούν με έναν ακριβή και χρήσιμο τρόπο. Μπορούμε να μοντελοποιήσουμε τον ανταγωνισμό σαν ένα **παιχνίδι**. Η λέξη “παιχνίδι” φέρει εδώ μια τεχνική σημασία. Η μελέτη των παιχνιδιών είναι ένας κλάδος των μαθηματικών που λέγεται θεωρία παιγνίων. Αν ο ανταγωνισμός είναι μεταξύ ανθρώπινων όντων, τότε το παιχνίδι θα ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα στις στρατηγικές των ανθρώπων. Αν είναι μεταξύ συσκευών, όπως σε αυτή την περίπτωση μεταξύ ασυρμάτων, τότε το παιχνίδι είναι περισσότερο μια όψη της ερμηνείας καθώς και ένα εργαλείο για ανάλυση. Αποδεικνύεται ότι η *συνεργασία* μπορεί επίσης να μοντελοποιηθεί με τη γλώσσα της θεωρίας παιγνίων, όπως θα δείξουμε στο Κεφάλαιο 6.

Στον επίσημο ορισμό, ένα παιχνίδι ορίζεται από τρία στοιχεία:

1. Ένα σύνολο **παικτών** $\{1,2,\dots,N\}$
2. Ένα **χώρο στρατηγικής** A_i για κάθε παίκτη

3. Μια **συνάρτηση πληρωμής**, ή συνάρτηση χρησιμότητας, U_i για να μεγιστοποιηθεί από κάθε χρήστη (ή μια **συνάρτηση κόστους** για να ελαχιστοποιηθεί). Η συνάρτηση U_i αντιστοιχίζει το συνδυασμό όλων των στρατηγικών των χρηστών σε έναν πραγματικό αριθμό, την πληρωμή (ή κόστος), για τον χρήστη i .

Πίνακας 1.1 Το Δίλημμα του Φυλακισμένου. Είναι ένα δημοφιλές παιχνίδι στο οποίο υπάρχει μια μοναδική και ανεπιθύμητη ισορροπία Nash. Οι δύο στρατηγικές του παίκτη A είναι οι δύο γραμμές. Οι δύο στρατηγικές του παίκτη B είναι οι δύο στήλες. Οι τιμές στον πίνακα αντιπροσωπεύουν τις πληρωμές για τους δύο παίκτες σε κάθε σε-νάριο.

	Δεν Ομολογεί	Ομολογεί
Δεν Ομολογεί	(-1,-1)	(-5,0)
Ομολογεί	(0,-5)	(-3,-3)

Σκεφτείτε τώρα ένα παιχνίδι δύο παικτών στον Πίνακα 1.1. Αυτό είναι το γνωστό παιχνίδι που ονομάζεται **το δίλημμα του φυλακισμένου**, το οποίο θα συναντήσουμε επίσης αργότερα στα παράδοξα του ψηφίσματος, στην τραγωδία των κοινών, και στην P2P κοινή χρήση αρχείων. Οι στρατηγικές του παίκτη A φαίνονται στις γραμμές και του παίκτη B στις στήλες. Κάθε εγγραφή στον 2x2 πίνακα έχει δύο αριθμούς, (x,y) , όπου x είναι η πληρωμή στον A και y η πληρωμή στον B αν οι δύο παίκτες διαλέξουν τις αντίστοιχες στρατηγικές. Όπως θα περίμενε κανείς από τη σύζευξη μεταξύ των παικτών, η τιμή κάθε πληρωμής καθορίζεται από κοινού από τις στρατηγικές και των δύο παικτών. Για παράδειγμα, η συνάρτηση πληρωμής αντιστοιχίζει το (Δεν Ομολογεί, Δεν Ομολογεί) στο -1 και για τους δύο παίκτες A και B. Αυτές οι πληρωμές είναι αρνητικές διότι πρόκειται για τον αριθμό των ετών που θα περάσουν οι 2 φυλακισμένοι στη φυλακή. Εάν ο ένας ομολογήσει αλλά ο άλλος όχι, αυτός που ομολογεί συμφωνείται να αφηθεί ελεύθερος και ο άλλος τιμωρείται αυστηρά. Αν και οι δύο ομολογήσουν, τότε και οι δύο υπηρετούν τρία χρόνια. Αν και οι δύο δεν ομολογήσουν, μόνο μια μικρότερη καταδίκη μπορεί να επιδιωχθεί και οι δύο θα παραμείνουν στη φυλακή για ένα χρόνο. Και οι δύο παίκτες γνωρίζουν αυτόν τον πίνακα αλλά δεν μπορούν να επικοινωνήσουν μεταξύ τους. Αν ο παίκτης A διαλέξει τη στρατηγική *Δεν Ομολογεί*, ο παίκτης B θα πρέπει να επιλέξει τη στρατηγική *Ομολογεί*, καθώς $0 > -1$. Αυτή ονομάζεται **στρατηγική καλύτερης απάντησης** από τον παίκτη B, σε απάντηση στον παίκτη A ο οποίος διάλεξε τη στρατηγική *Δεν Ομολογεί*. Αν ο παίκτης A διαλέξει η στρατηγική *Ομολογεί*, ως στρατηγική καλύτερης απάντησης του παίκτη B παραμένει ακόμα η *Ομολογεί*, καθώς $-3 > -5$. Όταν η στρατηγική καλύτερης απάντησης ενός παίκτη είναι η *ίδια* οποιαδήποτε στρατηγική κι αν διαλέξει ο άλλος παίκτης, τότε την αποκαλούμε **κυρίαρχη στρατηγική**. Μπορεί να μην υπάρχει. Αλλά όταν υπάρχει, ένας παίκτης θα επιλέξει προφανώς μια κυρίαρχη στρατηγική.

Σε αυτή την περίπτωση, η *Ομολογεί* είναι η κυρίαρχη στρατηγική για τον παίκτη Β. Συμμετρικά, είναι επίσης η κυρίαρχη στρατηγική για τον παίκτη Α. Έτσι και οι δύο παίκτες θα επιλέξουν *Ομολογεί*, και η (*Ομολογεί*, *Ομολογεί*) είναι μια **ισορροπία (ισοπαλία)** για το παιχνίδι. Αυτός είναι ένας ελαφρώς διαφορετικός ορισμός για την ισορροπία από αυτόν που είδαμε προηγουμένως, όπου ισορροπία σημαίνει ότι μια εξίσωση ενημέρωσης φτάνει σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Προφανώς, αυτή η ισορροπία είναι ανεπιθύμητη: η (*Δεν Ομολογεί*, *Δεν Ομολογεί*) δίνει μεγαλύτερη τιμή πληρωμής και για τους δύο παίκτες: -1 αντί για -3. Όμως οι δύο φυλακισμένοι μπορεί να μην συνεργάστηκαν για να επιτύχουν την (*Δεν Ομολογεί*, *Δεν Ομολογεί*). Μια ισορροπία μπορεί να μην είναι **καθολικά βέλτιστη**, π.χ., ένα σύνολο στρατηγικών που μεγιστοποιούν το σύνολο των πληρωμών $\sum_i U_i$ όλων των παικτών. Μπορεί ακόμα να μην είναι καν **Pareto βέλτιστη**, π.χ., ένα σύνολο στρατηγικών τέτοιο ώστε η πληρωμή κανενός παίκτη να μην αυξάνεται δίχως να βλάψει την πληρωμή ενός άλλου παίκτη.

Πίνακας 1.2 Παιχνίδι Συντονισμού. Σε αυτό το παιχνίδι, υπάρχουν δύο ισορροπίες Nash. Κανείς παίκτης δεν έχει κίνητρο να αλλάξει μονομερώς τη στρατηγική του σε οποιαδήποτε από τις ισορροπίες.

	Ταινία Δράσης	Ρομαντική Ταινία
Ταινία Δράσης	(2,1)	(0,0)
Ρομαντική Ταινία	(0,0)	(1,2)

Σκεφτείτε ένα διαφορετικό παιχνίδι στον Πίνακα 1.2. Αυτό είναι ένα τυπικό μοντέλο παιχνιδιού για συντονισμό, ένα έργο που θα το δούμε πολλές φορές στα μελλοντικά κεφάλαια. Εσείς και ο φίλος σας προσπαθείτε να συντονιστείτε για το ποια ταινία να δείτε μαζί. Αν διαφωνείτε, δεν θα πάτε σε καμία ταινία και η πληρωμή θα είναι μηδέν και για τους δύο σας. Αν συμφωνείτε, ο καθένας λαμβάνει μια θετική πληρωμή αλλά οι τιμές είναι διαφορετικές, καθώς εσείς προτιμάτε την ρομαντική ταινία και ο φίλος σας προτιμά την ταινία δράσης. (Παρεμπιπτόντως, θα προσπαθήσουμε να καταλάβουμε το πώς προβλέπουμε την προτίμηση κάποιου για διαφορετικούς τύπους ταινιών στο Κεφάλαιο 4). Σε αυτό το παιχνίδι δεν υπάρχει καμία κυρίαρχη στρατηγική, αλλά έτσι συμβαίνει να υπάρχουν ζευγάρια στρατηγικών καλύτερης απάντησης που ταιριάζουν το ένα με το άλλο. Αν η καλύτερη απάντηση μου στην στρατηγική α που επέλεξε ο φίλος μου είναι η στρατηγική β, και του φίλου μου η καλύτερη απάντηση στην στρατηγική β που επέλεξα εγώ είναι η στρατηγική α, τότε το ζευγάρι (α,β) “ταιριάζει”. Στο παιχνίδι συντονισμού παραπάνω, το (*Ταινία Δράσης*, *Ταινία Δράσης*) είναι ένα τέτοιο ζευγάρι, και το (*Ρομαντική Ταινία*, *Ρομαντική Ταινία*) άλλο ένα. Και για τα δύο ζευγάρια, κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να αλλάξει μονομερώς την επιλογή του σε αυτό το ζευγάρι στρατηγικών. Αν και οι δύο αλλάξουν την επιλογή τους την ίδια στιγμή, μπορούν και οι δύο να επωφεληθούν, αλλά κανείς από τους δύο δεν θέλει να το κάνει αυτό *μόνος του*. Αυτό δημιουργεί μια ισορροπία στο σκεπτικό της στρατηγικής: Εγώ δεν θα αλλάξω την επιλογή μου

αν δεν αλλάξεις εσύ τη δική σου, και εσύ επίσης σκέπτεσαι με τον ίδιο τρόπο. Αυτό αποκαλείται μια **ισορροπία Nash**. Στο δίλημμα του φυλακισμένου, η (*Ομολογεί, Ομολογεί*) είναι μια ισορροπία Nash. Συμβολικά, για ένα παιχνίδι δύο παικτών, υποθέτουμε ότι οι δύο συναρτήσεις πληρωμής είναι (U_1, U_2) και οι δύο χώροι στρατηγικών είναι (A, B) για τους δύο παίκτες, αντίστοιχα. Λέμε ότι $(a^* \in A, b^* \in B)$ είναι μια ισορροπία Nash αν:

$$U_1(a^*, b^*) \geq U_1(a, b^*), \quad \text{για οποιοδήποτε } a \in A,$$

και

$$U_2(a^*, b^*) \geq U_2(a^*, b), \quad \text{για οποιοδήποτε } b \in B.$$

Μπορεί να μην υπάρχει μια ισορροπία Nash σε ένα παιχνίδι. Και όταν υπάρχει, μπορεί να μην είναι μοναδική (όπως στο παιχνίδι συντονισμού παραπάνω), ή καθολικά βέλτιστη, ή Pareto βέλτιστη. Αλλά αν επιτρέπεται στους παίκτες να στρίψουν ένα νόμισμα και να αποφασίσουν πιθανολογικά με ποια στρατηγική να παίξουν, π.χ., μια **μικτή στρατηγική**, είναι εγγυημένο, από το διάσημο αποτέλεσμα του Nash, ότι μια ισορροπία Nash υπάρχει πάντα. Θα επεκτείνουμε και θα χρησιμοποιήσουμε την γλώσσα της θεωρίας παιγνίων μας σε αρκετά μελλοντικά κεφάλαια. Στην προκειμένη περίπτωση του ελέγχου ισχύος ως παιχνίδι, τα σύνολο των παικτών είναι το σύνολο των πομπών. Η στρατηγική για κάθε παίκτη είναι το επίπεδο της μεταδιδόμενης ισχύος, και ο χώρος στρατηγικής είναι το σύνολο των μεταδιδόμενων έτσι ώστε ο SIR στόχος να επιτυγχάνεται. Η συνάρτηση κόστους προς ελαχιστοποίηση είναι το ίδιο το επίπεδο ισχύος. Σε αυτό το παιχνίδι ελέγχου ισχύος, ενώ η συνάρτηση κόστους είναι ανεξάρτητη μεταξύ των παικτών, ο χώρος στρατηγικής A_i κάθε παίκτη στην πραγματικότητα εξαρτάται από τις ισχύες μετάδοσης όλων των άλλων παικτών. Αυτό το ταίριασμα μεταξύ των παικτών εισάγεται από την ίδια τη φύση της παρεμβολής, και οδηγεί σε στρατηγικές κινήσεις από τους παίκτες. Εδώ είναι ένα απλό γεγονός, το οποίο είναι σημαντικό να το συνειδητοποιήσουμε και εύκολο να το επαληθεύσουμε: οι επαναλήψεις με τη στρατηγική καλύτερης απάντησης κάθε χρήστη στο παιχνίδι ελέγχου ισχύος δίδονται ακριβώς από το (1.2). Δεδομένου ότι όλοι οι άλλοι πομποί εκπέμπουν σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο ισχύος, η στρατηγική καλύτερης απάντησής μου είναι να επιλέξω το επίπεδο ισχύος το οποίο είναι το τρέχον επίπεδο ισχύος μου επί το λόγο μεταξύ του SIR στόχου και του τρέχοντος SIR.

Τώρα, σκεφτείτε τον παίκτη 1. Αν οι ισχύες μετάδοσης όλων των άλλων παικτών γίνουν μικρότερες, ο χώρος στρατηγικής A_1 του παίκτη 1 θα γίνει μεγαλύτερος. Αυτό συμβαίνει διότι υπάρχουν περισσότερες ισχύες μετάδοσης για να επιλέξει και ταυτόχρονα να είναι ικανός να διατηρήσει το SIR στόχο, καθώς οι ισχύες μετάδοσης των άλλων παικτών είναι μικρότερες και ο παρονομαστής στο SIR είναι μικρότερος. Παιχνίδια με αυτή την ιδιότητα (και κάτω από παρόμοιες τεχνικές) ονομάζονται **υ-**

πομορφωματικά. Είναι ένα γεγονός, το οποίο δεν θα έχουμε χώρο να το αποδείξουμε εδώ, ότι οι στρατηγικές καλύτερης απάντησης ενός υπομορφωματικού παιχιδιού συγκλίνουν. Αυτή η προσέγγιση βάσει της θεωρίας παιγνίων είναι ένας από τους τρόπους για να αποδείξουμε τη σύγκλιση του DPC. Ένας άλλος τρόπος είναι από την οπτική γωνία της καθολικής βελτιστοποίησης και με τη βοήθεια της γραμμικής άλγεβρας, όπως θα παρουσιάσουμε στο Προχωρημένο Υλικό. Αλλά πρώτα, ένα μικρό και λεπτομερές παράδειγμα.

1.3 Παραδείγματα

Λίγα λόγια σχετικά με όλα τα παραδείγματα. Είναι πλήρως αριθμητικά και έχουν παρουσιαστεί με μεγάλη λεπτομέρεια, έτσι ώστε ανακουφιστεί τυχόν “φοβία συμβόλων” που μπορεί να έχει κάποιος αναγνώστης. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να καταλήξουμε σε ένα συμβιβασμό/ συμφωνία μεταξύ ενός ρεαλιστικού μεγέθους για επεξήγηση και ενός μικρού μεγέθους το οποίο δεν καταλαμβάνει πάρα πολλές σελίδες. Σε ορισμένες περιπτώσεις, αυτά τα παραδείγματα δεν αντιπροσωπεύουν την πραγματική κλίμακα των προβλημάτων καθώς η κλιμάκωση προς τα πάνω είναι μια κυρίαρχη δυσκολία. Ας υποθέσουμε πως έχουμε τέσσερα ζευγάρια (πομπού, δέκτη). Τα κέρδη του καναλιού $\{G_{ij}\}$ δίδονται στον Πίνακα 1.3. Όπως προτείνει ο πίνακας, μπορούμε επίσης να αναπαραστήσουμε αυτά τα κέρδη σε ένα καλούπι. Μπορεί να δει κανείς ότι γενικά $G_{ij} \neq G_{ji}$ διότι τα κανάλια των παρεμβολών δεν είναι υποχρεωμένα να είναι συμμετρικά.

Πίνακας 1.3 Τα κέρδη του καναλιού σε ένα παράδειγμα του DPC. Οι εγγραφές υπάρχουν για να επεξηγήσουν τον αλγόριθμο. Δεν αντιπροσωπεύουν πραγματικές αριθμητικές τιμές που παρατηρούνται τυπικά σε πραγματικά κυψελοειδή δίκτυα.

Δέκτης μιας Ζεύξης	Πομπός μιας Ζεύξης			
	1	2	3	4
1	1	0.1	0.2	0.3
2	0.2	1	0.1	0.1
3	0.2	0.1	1	0.1
4	0.1	0.1	0.1	1

Έστω ότι το αρχικό επίπεδο ισχύος είναι 1.0 mW σε κάθε ζεύξη, και ότι ο θόρυβος σε κάθε ζεύξη είναι 0.1 mW. Τότε οι αρχικοί λόγοι σήματος-προς-παρεμβολή δίδονται από

$$SIR_1[0] = \frac{1 \times 1.0}{0.1 \times 1.0 + 0.2 \times 1.0 + 0.3 \times 1.0 + 0.1} = 1.43$$

$$SIR_2[0] = \frac{1 \times 1.0}{0.2 \times 1.0 + 0.1 \times 1.0 + 0.1 \times 1.0 + 0.1} = 2.00$$

$$SIR_3[0] = \frac{1 \times 1.0}{0.2 \times 1.0 + 0.1 \times 1.0 + 0.1 \times 1.0 + 0.1} = 2.00$$

$$SIR_4[0] = \frac{1 \times 1.0}{0.1 \times 1.0 + 0.1 \times 1.0 + 0.1 \times 1.0 + 0.1} = 2.50,$$

όπου χρησιμοποιούμε τον τύπο

$$SIR_i = \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j + n_i},$$

με το p_i να αντιπροσωπεύει το επίπεδο ισχύος μια ζεύξης i και το n_i να αντιπροσωπεύει το θόρυβο μια ζεύξης i .

Θα χρησιμοποιήσουμε τον DPC για να προσαρμόσουμε τα επίπεδα ισχύος. Έστω ότι οι στόχοι SIR είναι

$$\gamma_1 = 2.0$$

$$\gamma_2 = 2.5$$

$$\gamma_3 = 1.5$$

$$\gamma_4 = 2.0.$$

Τότε τα νέα επίπεδα ισχύος είναι, σε mW,

$$p_1[1] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[0]} p_1[0] = \frac{2.0}{1.43} \times 1.0 = 1.40$$

$$p_2[1] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[0]} p_2[0] = \frac{2.5}{2.00} \times 1.0 = 1.25$$

$$p_3[1] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[0]} p_3[0] = \frac{1.5}{2.00} \times 1.0 = 0.75$$

$$p_4[1] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[0]} p_4[0] = \frac{2.0}{2.5} \times 1.0 = 0.80.$$

Τώρα ο κάθε δέκτης υπολογίζει το νέο SIR και το τροφοδοτεί πίσω στον πομπό του:

$$SIR_1[1] = \frac{1 \times 1.40}{0.1 \times 1.25 + 0.2 \times 0.75 + 0.3 \times 0.8 + 0.1} = 2.28$$

$$SIR_2[1] = \frac{1 \times 1.25}{0.2 \times 1.40 + 0.1 \times 0.75 + 0.1 \times 0.8 + 0.1} = 2.34$$

$$SIR_3[1] = \frac{1 \times 0.75}{0.2 \times 1.40 + 0.1 \times 1.25 + 0.1 \times 0.8 + 0.1} = 1.28$$

$$SIR_4[1] = \frac{1 \times 0.80}{0.1 \times 1.40 + 0.1 \times 1.25 + 0.1 \times 0.75 + 0.1} = 1.82.$$

Τα νέα επίπεδα ισχύος στην επόμενη χρονοθυρίδα γίνονται, σε Mw,

$$p_1[2] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[1]} p_1[1] = \frac{2.0}{2.28} \times 1.40 = 1.23$$

$$p_2[2] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[1]} p_2[1] = \frac{2.5}{2.33} \times 1.25 = 1.34$$

$$p_3[2] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[1]} p_3[1] = \frac{1.5}{1.28} \times 0.75 = 0.88$$

$$p_4[2] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[1]} p_4[1] = \frac{2.0}{1.82} \times 0.80 = 0.88,$$

με τα παρακάτω SIR αντίστοιχα:

$$SIR_1[2] = \frac{1 \times 1.23}{0.1 \times 1.34 + 0.2 \times 0.88 + 0.3 \times 0.88 + 0.1} = 1.83$$

$$SIR_2[2] = \frac{1 \times 1.34}{0.2 \times 1.23 + 0.1 \times 0.88 + 0.1 \times 0.88 + 0.1} = 2.56$$

$$SIR_3[2] = \frac{1 \times 0.88}{0.2 \times 1.23 + 0.1 \times 1.34 + 0.1 \times 0.88 + 0.1} = 1.55$$

$$SIR_4[2] = \frac{1 \times 0.88}{0.1 \times 1.23 + 0.1 \times 1.34 + 0.1 \times 0.88 + 0.1} = 1.98.$$

Υπολογίζοντας τα νέα επίπεδα ισχύος ξανά, έχουμε, σε mW,

$$p_1[3] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[2]} p_1[2] = \frac{2.0}{1.83} \times 1.23 = 1.35$$

$$p_2[3] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[2]} p_2[2] = \frac{2.5}{2.56} \times 1.34 = 1.30$$

$$p_3[3] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[2]} p_3[2] = \frac{1.5}{1.55} \times 0.88 = 0.85$$

$$p_4[3] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[2]} p_4[2] = \frac{2.0}{1.98} \times 0.88 = 0.89.$$

Τότε τα νέα SIR είναι

$$SIR_1[3] = \frac{1 \times 1.35}{0.1 \times 1.30 + 0.2 \times 0.85 + 0.3 \times 0.89 + 0.1} = 2.02$$

$$SIR_2[3] = \frac{1 \times 1.30}{0.2 \times 1.35 + 0.1 \times 0.85 + 0.1 \times 0.89 + 0.1} = 2.40$$

$$SIR_3[3] = \frac{1 \times 0.85}{0.2 \times 1.35 + 0.1 \times 1.30 + 0.1 \times 0.89 + 0.1} = 1.45$$

$$SIR_4[3] = \frac{1 \times 0.89}{0.1 \times 1.35 + 0.1 \times 1.30 + 0.1 \times 0.85 + 0.1} = 1.97,$$

και τα νέα επίπεδα ισχύος, σε mW, είναι

$$p_1[4] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[3]} p_1[3] = \frac{2.0}{2.02} \times 1.35 = 1.33$$

$$p_2[4] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[3]} p_2[3] = \frac{2.5}{2.40} \times 1.30 = 1.36$$

$$p_3[4] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[3]} p_3[3] = \frac{1.5}{1.45} \times 0.85 = 0.88$$

$$p_4[4] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[3]} p_4[3] = \frac{2.0}{1.97} \times 0.89 = 0.90.$$

Βλέπουμε ότι τα επίπεδα ισχύος αρχίζουν να συγκλίνουν: τα p_1, p_2, p_3, p_4 αλλάζουν όλα κατά λιγότερο από 0.1 mW. Τα νέα SIR είναι

$$SIR_1[4] = \frac{1 \times 1.33}{0.1 \times 1.36 + 0.2 \times 0.88 + 0.3 \times 0.90 + 0.1} = 1.96$$

$$SIR_2[4] = \frac{1 \times 1.36}{0.2 \times 1.33 + 0.1 \times 0.88 + 0.1 \times 0.90 + 0.1} = 2.49$$

$$SIR_3[4] = \frac{1 \times 0.88}{0.2 \times 1.33 + 0.1 \times 1.36 + 0.1 \times 0.90 + 0.1} = 1.49$$

$$SIR_4[4] = \frac{1 \times 0.90}{0.1 \times 1.33 + 0.1 \times 1.36 + 0.1 \times 0.88 + 0.1} = 1.97.$$

Κάνοντας μια ακόμη επανάληψη, τα νέα επίπεδα ισχύος, σε mW, είναι

$$p_1[5] = \frac{\gamma_1}{SIR_1[4]} p_1[4] = \frac{2.0}{1.96} \times 1.33 = 1.37$$

$$p_2[5] = \frac{\gamma_2}{SIR_2[4]} p_2[4] = \frac{2.5}{2.49} \times 1.36 = 1.36$$

$$p_3[5] = \frac{\gamma_3}{SIR_3[4]} p_3[4] = \frac{1.5}{1.49} \times 0.88 = 0.89$$

$$p_4[5] = \frac{\gamma_4}{SIR_4[4]} p_4[4] = \frac{2.0}{1.97} \times 0.90 = 0.92,$$

με τα αντίστοιχα SIR:

$$SIR_1[5] = \frac{1 \times 1.37}{0.1 \times 1.36 + 0.2 \times 0.89 + 0.3 \times 0.92 + 0.1} = 1.99$$

$$SIR_2[5] = \frac{1 \times 1.36}{0.2 \times 1.37 + 0.1 \times 0.89 + 0.1 \times 0.92 + 0.1} = 2.45$$

$$SIR_3[5] = \frac{1 \times 0.89}{0.2 \times 1.37 + 0.1 \times 1.36 + 0.1 \times 0.92 + 0.1} = 1.48$$

$$SIR_4[5] = \frac{1 \times 0.92}{0.1 \times 1.37 + 0.1 \times 1.36 + 0.1 \times 0.89 + 0.1} = 1.99.$$

Όλα τα SIR είναι τώρα κατά 0.05 εντός του στόχου. Τα επίπεδα ισχύος συνεχίζουν τις επαναλήψεις, ωθώντας τα SIR πιο κοντά στο στόχο. Το Σχήμα 1.5 δείχνει το γράφημα του επιπέδου ισχύος έναντι των επαναλήψεων. Ύστερα από περίπου 20 επαναλήψεις, η αλλαγή είναι πολύ μικρή για να φανεί στο γράφημα· τα επίπεδα ισχύος σε εκείνη τη χρονική στιγμή είναι

$$p_1 = 1.46 \text{ mW}$$

$$p_2 = 1.46 \text{ mW}$$

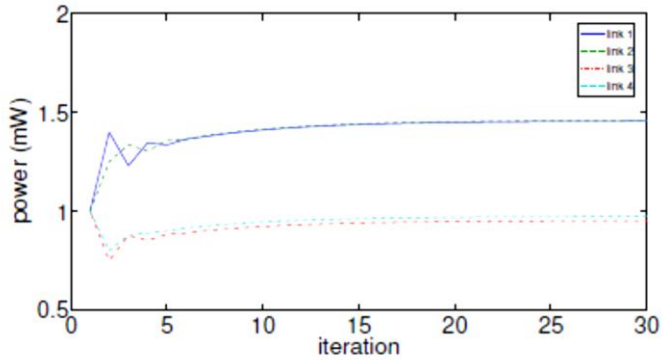
$$p_3 = 0.95 \text{ mW}$$

$$p_4 = 0.97 \text{ mW}.$$

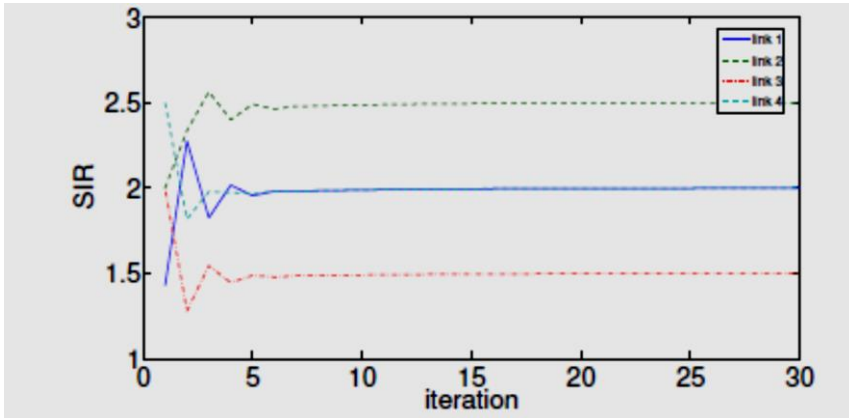
Τα SIR που προκύπτουν ως αποτέλεσμα φαίνονται στο Σχήμα 1.6. Πλησιάζουμε πάρα πολύ τους SIR στόχους, με μια μακροσκοπική εξέταση, ύστερα από περίπου 50 επαναλήψεις. Καθώς είμαστε σε αυτό το παράδειγμα, ας εξετάσουμε επίσης μια συμπαγή αναπαράσταση με πίνακα των περιορισμών των SIR στόχων. Αυτή θα είναι χρήσιμη στην επόμενη ενότητα. Αν ο SIR στόχος γ_i επιτευχθεί ή τον υπερβούμε κατά $\{p_i\}$, έχουμε

$$\frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j + n_i} \geq \gamma_i,$$

για $i=1, 2, 3, 4$. Πολλαπλασιάζοντας και τις δύο πλευρές με $\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j + n_i$ και διαιρώντας με G_{ii} ,



Σχήμα 1.5 Σύγκλιση των επιπέδων ισχύος(power) σε ένα παράδειγμα του DPC.



Σχήμα 1.6 Σύγκλιση των SIR σε ένα παράδειγμα του DPC.

έχουμε

$$p_i \geq \frac{\gamma_i}{G_{ii}} \left(\sum_{j \neq i} G_{ij} p_j + n_i \right),$$

το οποίο μπορεί να γραφτεί ως

$$p_i \geq \gamma_i \sum_{j \neq i} G_{ij} p_j + n_i + \frac{\gamma_i}{G_{ii}} n_i. \quad (1.4)$$

Τώρα θα περιγράψουμε το διάνυσμα μεταβλητών

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix},$$

και ένα σταθερό διάνυσμα

$$v = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 n_1}{G_{11}} \\ \frac{\gamma_2 n_2}{G_{22}} \\ \frac{\gamma_3 n_3}{G_{33}} \\ \frac{\gamma_4 n_4}{G_{44}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2.0 \times 0.1}{1.0} \\ \frac{2.5 \times 0.1}{1.0} \\ \frac{1.5 \times 0.1}{1.0} \\ \frac{2.0 \times 0.1}{1.0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.25 \\ 0.15 \\ 0.20 \end{bmatrix}.$$

Ορίστε επίσης έναν 4×4 διαγώνιο πίνακα D με γ_i στη διαγώνιο, και έναν άλλο 4×4 πίνακα F όπου $F_{ij} = \frac{G_{ij}}{G_{ii}}$ για $i \neq j$, και οι εγγραφές της διαγωνίου του F είναι μηδέν. Τοποθετώντας τους αριθμούς, έχουμε

$$D = \begin{bmatrix} 2.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.0 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Μπορούμε τώρα να ξαναγράψουμε το (1.4) ως

$$p \geq DF + v = \begin{bmatrix} 0 & 0.20 & 0.40 & 0.60 \\ 0.50 & 0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.30 & 0.15 & 0 & 0.15 \\ 0.20 & 0.20 & 0.20 & 0 \end{bmatrix} p + \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.25 \\ 0.15 \\ 0.20 \end{bmatrix},$$

όπου το \geq μεταξύ δύο διανυσμάτων (ίσου μήκους) αντιπροσωπεύει απλά μια συνετή σύμφωνα με το περιεχόμενο ανισότητα μεταξύ των αντίστοιχων εγγραφών των δύο διανυσμάτων. Μπορούμε να ελέγξουμε ότι τα επίπεδα ισχύος στην τελευταία επανάληψη που παρουσιάστηκε παραπάνω ικανοποιούν αυστηρά αυτή την ανισότητα:

$$\begin{bmatrix} 1.46 \\ 1.46 \\ 0.95 \\ 0.97 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 & 0.20 & 0.40 & 0.60 \\ 0.50 & 0 & 0.25 & 0.25 \\ 0.30 & 0.15 & 0 & 0.15 \\ 0.20 & 0.20 & 0.20 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.46 \\ 1.46 \\ 0.95 \\ 0.97 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.25 \\ 0.15 \\ 0.20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.46 \\ 1.46 \\ 0.95 \\ 0.97 \end{bmatrix}.$$

Θα χρησιμοποιήσουμε αυτή την αναπαράσταση με πίνακα καθώς πηγαίνουμε από την αναπαράσταση (1.3) του προβλήματος στην αναπαράσταση (1.5) του προβλήματος στην επόμενη ενότητα. Θα δούμε επίσης σε επόμενα κεφάλαια πολλούς διαφορετικούς πίνακες (matrices) οι οποίοι συνοψίζουν την τοπολογία ενός δικτύου και

δραστηριότητες (operations) που εμπλέκονται αυτοί οι πίνακες οι οποίοι μοντελοποιούν τις λειτουργίες (functionalities) που επιτελούνται στο

1.4 Προχωρημένο Υλικό

1.4.1 Επαναληπτική μέθοδος ισχύος

Μπορούμε να γενικεύσουμε τη σημειογραφία του διανύσματος του τελευταίου παραδείγματος. Έστω ότι το $\mathbf{1}$ αντιπροσωπεύει ένα διάνυσμα από αριθμούς 1, οπότε η αντικειμενική συνάρτηση είναι απλά η $\sum_i p_i$. Έστω \mathbf{I} ο πίνακας ταυτότητα, και $\mathbf{D}(\gamma)$ ένας διαγώνιος πίνακας όπου οι εγγραφές τις διαγωνίου είναι οι τιμές στόχοι SIR $\{\gamma_i\}$, ο \mathbf{F} είναι ένας πίνακας που περιγράφει τις δοθείσες συνθήκες του καναλιού: $F_{ij} = \frac{G_{ij}}{G_{ii}}$ αν $i \neq j$, και 0 κατά μήκος της διαγωνίου: $F_{ii} = 0$, και το σταθερό διάνυσμα \mathbf{v} παρουσιάζει κανονικοποιημένο θόρυβο με $u_i = \gamma_i n_i / G_{ii}$. Θα δούμε σύντομα γιατί είναι χρήσιμη αυτή η στενογραφική σημειογραφία. Έχοντας εξοπλιστεί με την παραπάνω σημειολογία, μπορούμε να περιγράψουμε τους περιορισμούς των SIR στόχων στο πρόβλημα (1.3) ως εξής:

$$p \geq \mathbf{DF}p + v,$$

και έπειτα να ομαδοποιήσουμε όλους τους όρους που περιέχουν τις μεταβλητές p . Το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που έχουμε γίνεται

$$\begin{aligned} &\text{ελαχιστοποίηση του } \mathbf{1}^T p \\ &\text{γνωρίζοντας ότι } (\mathbf{I} - \mathbf{DF})p \geq v \quad (1.5) \\ &\text{με μεταβλητά } p. \end{aligned}$$

Θα πρέπει να επαληθεύσετε ότι πράγματι τα προβλήματα (1.3) και (1.5) είναι ισοδύναμα, χρησιμοποιώντας τους ορισμούς των SIR, των πινάκων (D,F) και του διανύσματος v . Γενικά τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού εννοιολογικά και υπολογιστικά εύκολα για να τα λύσει κανείς. Η ειδική περίπτωση μας εδώ έχει ακόμη περισσότερη δομή. Αυτός ο DF-πίνακας είναι ένας **μη-αρνητικός πίνακας**, καθώς όλες οι εγγραφές του πίνακα είναι μη -αρνητικοί αριθμοί. Αυτοί οι πίνακες είναι ένα ισχυρό εργαλείο μοντελοποίησης στη γραμμική άλγεβρα, με εφαρμογές από τα οικονομικά έως την οικολογία. Έχουν μελετηθεί καλά στην ανάλυση πινάκων μέσω της θεωρίας **Perron-Frobenius**. Αν η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα DF, που συμβολίζεται ως $\rho(\mathbf{DF})$, είναι μικρότερη του 1, τότε οι ακόλουθες τρεις δηλώσεις είναι αληθείς:

(α) Μπορούμε να εγγυηθούμε ότι το σύνολο των SIR στόχων μπορούν πράγματι να επιτευχθούν ταυτόχρονα, το οποίο βγάζει νόημα διότι $\rho(\mathbf{DF}) < 1$ σημαίνει

ότι τα $\{\gamma_i\}$ στον D δεν είναι “πολύ μεγάλα”, σε σχέση με τις δοθείσες συνθήκες του καναλιού οι οποίες καταγράφονται στον πίνακα F.

(β) Μπορούμε να αντιστρέψουμε τον πίνακα ορίζοντας τους γραμμικούς περιορισμούς του προβλήματος βελτιστοποίησής μας (1.5): λύστε το πρόβλημα υπολογίζοντας το $(\mathbf{I} - \mathbf{DF})^{-1}\mathbf{v}$. Αλλά φυσικά δεν υπάρχει εύκολος τρόπος να τρέξουμε κατευθείαν αυτή την αντιστροφή πίνακα καταναμημένα διαμέσου των MS.

(γ) Η αντιστροφή του πίνακα μπορεί να εκφραστεί σαν ένα σύνολο όρων, όπου κάθε όρος είναι ένας πολλαπλασιασμός του πίνακα DF με τον εαυτό του. Πιο συγκεκριμένα: $(\mathbf{I} - \mathbf{DF})^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{DF})^k$. Αυτό είναι ένα άπειρο άθροισμα, έτσι λέμε ότι το μερικό άθροισμα K όρων, $\sum_{k=0}^K (\mathbf{DF})^k$, θα συγκλίνει καθώς το K γίνεται πολύ μεγάλο. Επιπλέον, ο όρος ουρά σε αυτό το άθροισμα, $(\mathbf{DF})^k$, πλησιάζει το 0 καθώς το k γίνεται μεγάλο:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{DF})^k = \mathbf{0}.$$

Η βασική αντίληψη είναι ότι θέλουμε να αντιστρέψουμε έναν πίνακα (I-DF), επειδή αυτό θα μας οδηγήσει σε μια λύση ελαχιστοποίησης ενέργειας έτσι ώστε να επιτυγχάνουμε όλους τους SIR στόχους:

$$\mathbf{p}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{DF})^{-1}\mathbf{v}$$

είναι μια λύση του προβλήματος (1.3), δηλαδή, για οποιαδήποτε λύση \hat{P} που ικανοποιεί τους περιορισμούς στο πρόβλημα (1.3), η \mathbf{p}^* είναι καλύτερη:

$$\hat{P} \geq \mathbf{p}^*.$$

Τώρα, το βήμα τη αντιστροφής του πίνακα δεν είναι εύκολα υλοποιήσιμο με καταναμημένο τρόπο, όπως χρειαζόμαστε στον έλεγχο ισχύος του κυψελοειδούς δικτύου. Ευτυχώς, μπορεί να επιτευχθεί εφαρμόζοντας την ακόλουθη ενημέρωση.

(1) Αρχικά, $\mathbf{p}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{DF})^{-1}\mathbf{v}$ μπορεί να αναπαρασταθεί σαν μια σειρά ισχύος, όπως δηλώνεται στην Πρόταση (γ) παραπάνω:

$$\mathbf{p}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{DF})^k \mathbf{v}. \quad (1.6)$$

(2) Έπειτα, μπορείτε εύκολα να ελέγξετε ότι η ακόλουθη επανάληψη στο χρόνο δίνει ακριβώς την παραπάνω σειρά ισχύος (1.9), καθώς ο χρόνος t συνεχίζεται:

$$\mathbf{p}[t + 1] = \mathbf{DFp}[t] + \mathbf{v}. \quad (1.7)$$

Ένας τρόπος για το ελέγξουμε από είναι να αντικαταστήσουμε τον παραπάνω αναδρομικό τύπο του p (1.10) καθ'όλη τη διαδρομή έως το p[0], την αρχικοποίηση της επανάληψης. Τότε, σε οποιοδήποτε χρόνο t, έχουμε

$$p[t] = (DF)tp[0] + \sum_{k=0}^{t-1} (DF)^k v,$$

το οποίο συγκλίνει, καθώς το $t \rightarrow \infty$, σε:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p[t] = 0 + \sum_{k=0}^{\infty} (DF)^k v = p^*,$$

διότι το $(DF)p[0]$ προσεγγίζει το 0 καθώς το $t \rightarrow \infty$. Αυτό δείχνει επίσης ότι δεν έχει σημασία ποιο είναι το διάνυσμα αρχικοποίησης $p[0]$. Η επίδρασή του θα απαλειφθεί καθώς ο χρόνος προχωρά. Επομένως, γνωρίζουμε ότι η (1.10) είναι σωστή.

(3) Εν τέλει, ξαναγράψτε τη διανυσματική μορφή της εξίσωσης ενημέρωσης (1.10) σε βαθμωτή μορφή για κάθε πομπό i , και θα διαπιστώσετε ότι είναι ακριβώς ο κατανεμημένος αλγόριθμος του DPC (1.2):

$$p_i[t + 1] = \frac{\gamma_i}{SIR_i[t]} p_i[t], \text{ για κάθε } i.$$

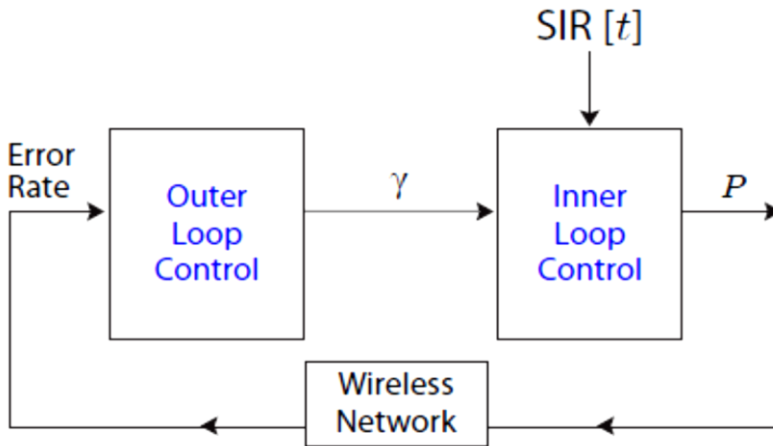
Μόλις ολοκληρώσαμε την ανάλυση της ανάπτυξης και της σύγκλισης του DPC ως μια λύση ενός καθολικού προβλήματος βελτιστοποίησης διαμέσου της γλώσσας της γραμμικής άλγεβρας. Γενικά, για οποιονδήποτε τετραγωνικό πίνακα A , οι ακόλουθες προτάσεις είναι ισοδύναμες:

1. Το μεγαλύτερο μέτρο ιδιοτιμής είναι μικρότερο από 1.
2. Το όριο του πίνακα που πολλαπλασιάζεται με τον εαυτό του είναι 0:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A^k = 0.$$

3. Το άπειρο άθροισμα των ισχύων $\sum_{k=0}^{\infty} A^k$ υπάρχει και ισούται με $(I - A)^{-1}$.

Αυτό που είδαμε στο DPC είναι μια επαναληπτική **μέθοδος δύναμης** (η λέξη “δύναμης” εδώ δεν έχει καμία σχέση με τις μεταδιδόμενες ισχύες, αλλά αντίθετα στο ύψωμα ενός πίνακα σε μία δύναμη, δηλαδή, ο πολλαπλασιασμός ενός πίνακα με τον εαυτό του πολλές φορές). Είναι μια συνηθισμένη μέθοδος που χρησιμοποιείται για να αναπτύξουμε επαναληπτικούς αλγορίθμους που προκύπτουν από ένα μοντέλο γραμμικών συστημάτων. Αρχικά διατυπώνουμε το πρόβλημα σαν ένα γραμμικό πρόγραμμα, ορίζουμε τη λύση του προβλήματος σαν τη λύση μιας γραμμικής εξίσωσης, υλοποιούμε την αντιστροφή του πίνακα μέσω μιας σειράς από δυνάμεις πινάκων, μετατρέπουμε καθένα από αυτά τα βήματα σε έναν απλό υπολογισμό σε κάθε χρονοθυρίδα, και τελικά επιτυγχάνουμε την αντιστροφή του πίνακα μέσω επαναλήψεων στο χρόνο. Αυτό θα χρησιμοποιηθεί ξανά όταν θα μιλήσουμε για τον αλγόριθμο αρίθμησης/κατάταξης σελίδων της Google στο Κεφάλαιο 3.



Σχήμα 1.7 Οι εσωτερικές (Inner) και οι εξωτερικές επαναλήψεις (Outer Loops) του ελέγχου ισχύος στα κυψελοειδή δίκτυα. Η εσωτερική επανάληψη λαμβάνει ένα προκαθορισμένο SIR στόχο, τον συγκρίνει με τον τρέχοντα SIR, και ενημερώνει την ισχύ μετάδοσης. Η εξωτερική επανάληψη προσαρμόζει τον SIR στόχο βασισόμενη στην απόδοση που μετρήθηκε για ένα μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Σε αυτό το κεφάλαιο επικεντρωθήκαμε στον έλεγχο ισχύος της εσωτερικής επανάληψης.

1.4.2 Έλεγχος ισχύος της εξωτερικής επανάληψης

Όπως δείξαμε στο σχηματικό διάγραμμα στο Σχήμα 1.7, στα κυψελοειδή δίκτυα υπάρχουν δύο χρονοδιαγράμματα ελέγχου ισχύος. Έως τώρα συζητούσαμε για τον **έλεγχο ισχύος της εσωτερικής επανάληψης**. Ένθετα εκτός από αυτόν υπάρχει ο **έλεγχος ισχύος της εξωτερικής επανάληψης**, όπου οι SIR στόχοι $\{\gamma_i\}$ είναι καθορισμένοι. Ένας καθιερωμένος τρόπος για να καθορίσει κανείς τους SIR στόχους είναι να μετρήσει την ποιότητα του λαμβανόμενου σήματος, από την άποψη της αποκωδικοποίησης των πιθανοτήτων σφαλμάτων, στον λήπτη. Αν ο ρυθμός των λαθών είναι πολύ μεγάλος, ο SIR στόχος θα πρέπει να αυξηθεί. Και ο ρυθμός λαθών είναι μικρότερος από τον απαραίτητο, τότε ο SIR στόχος μπορεί να μειωθεί. Εναλλακτικά, μπορούμε επίσης να εξετάσουμε τη βελτιστοποίηση των SIR στόχων σαν μεταβλητές βελτιστοποίησης. Αυτό είναι ιδιαίτερος χρήσιμο για τα 3G και τα 4G δίκτυα όπου η κίνηση των δεδομένων αντιπροσωπεύει την κίνηση της φωνής στα κυψελοειδή δίκτυα. Υψηλότερος SIR μπορεί να παρέχει έναν υψηλότερο ρυθμό στην ίδια ποιότητα σήματος. Όμως κάθε χρήστης θέλει να πετύχει υψηλότερο SIR. Επομένως πρέπει να το μοντελοποιήσουμε αυτό είτε σαν μια βελτιστοποίηση για ολόκληρο το δίκτυο, μεγιστοποιώντας το άθροισμα των συναρτήσεων πληρωμής όλων των χρηστών, είτε σαν ένα παιχνίδι, όπου ο κάθε χρήστης μεγιστοποιεί τη δικιά του συνάρτηση πληρωμής του SIR.

Σύνοψη

Η ασύρματη διεπαφή διαφόρων χρηστών μεταξύ τους οδηγούν σε μια εφικτή περιοχή SIR με ένα βέλτιστο Pareto όριο. Ο συντονισμός των παρεμβολών σε δίκτυα CDMA μπορεί να επιτευχθεί μέσω καταναμημένου ελέγχου ισχύος με έμμεση ανατροφοδότηση. Δίνει δε λύση σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης για το δίκτυο με την μορφή γραμμικού προγραμματισμού και μπορεί να μοντελοποιηθεί σε μη συνεργατικό παίγνιο.

Περαιτέρω Μελέτη

Αυτό το κεφάλαιο εισάγει μερικές θεμελιακές μεθοδολογίες: βελτιστοποίηση, παιχνίδια, και αλγόριθμοι. Ως αποτέλεσμα, υπάρχουν πολλά ενδιαφέροντα κείμενα προς ανάγνωση.

1. Από τις πρώτες εργασίες που ποσοτικοποίησαν τα οφέλη του CDMA γράφτηκε από μία ομάδα της Qualcomm συμπεριλαμβανομένου του Andrea Viterbi. M. Jacombs, R. Padovani, A. J. Viterbi, L. A. Weaver, C. E. Wheatley, “On the capacity of a cellular CDMA system”, IEEE Transactions on Vehicular Networks, vol. 40, no. 2, pp. 303 – 312, May 1991.
2. Ο αλγόριθμος DPC στο βασικό μέρος αυτού του κεφαλαίου παρουσιάστηκε στην ακόλουθη σεμιναριακή δημοσίευση/μελέτη: G. J. Foschini and Z. Miljanic, “A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence,” IEEE Transactions on Vehicular Networks, vol. 42, no. 3, pp. 641-646, November 1993.
3. Πολύ περισσότερη συζήτηση σχετικά με τους αλγορίθμους ελέγχου ισχύος στα κυψελοειδή δίκτυα μπορείτε να βρείτε στην ακόλουθη μονογραφία: M. Chiang, P. Hande, T. Lan, and C. W. Tan, Power Control for Cellular Wireless Networks, Foundation and Trends in Networking, NOW Publisher, 2008.
4. Μια τυπική αναφορά στη γραμμική άλγεβρα είναι το ακόλουθο βιβλίο μαθηματικών, το οποίο περιέχει ένα κεφάλαιο για τους μη-αρνητικούς πίνακες και τη θεωρία Perron Frobenius: R. A. Horn and C. R. Johnson, Matrix Analysis, Cambridge University Press, 1990.
5. Υπάρχουν πολλά βιβλία για τη θεωρία παιγνίων, σε όλους τους τύπους των στυλ. Μια περιεκτική εισαγωγή είναι η R. B. Myerson, Game Theory: Analysis of Conflict, Harvard University Press, 1997.

Ασκήσεις

1.1 Καταναμημένος έλεγχος ισχύος *

(α) Σκεφτείτε 3 ζευγάρια πομπών και δεκτών σε μια κυψέλη, με τον ακόλουθο πίνακα κέρδους καναλιού G και 0.1 mW θόρυβο για όλους του δέκτες. Οι SIR στόχοι φαίνονται παρακάτω. Με μια αρχικοποίηση όλων των ισχύων μετάδοσης στο 1 mW , τρέξτε τον DPC για 10 επαναλήψεις και σχεδιάστε τις εξελίξεις των ισχύων μετάδοσης και των λαμβανόμενων SIR. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιαδήποτε γλώσσα προγραμματισμού για τους υπολογισμούς σας, ή ακόμη και να γράψετε τα βήματα με το χέρι. Παρακαλώ στραφείτε στον κώδικα ή σε όλα τα βήματα που γράψατε με το χέρι, αντίστοιχα.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \gamma = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(β) Τώρα υποθέστε ότι τα επίπεδα ισχύος για λογικές ζεύξεις 1,2,3 έχουν συγκλίνει όπως στο προηγούμενο πρόβλημα. Ένα νέο ζευγάρι πομπού και δέκτη, που επισημαίνεται ως λογική ζεύξη 4, εμφανίζεται στην ίδια κυψέλη, με αρχική ισχύ μετάδοσης 1 mW και απαιτεί SIR στόχο 1. Ο νέος πίνακας κέρδους καναλιού φαίνεται παρακάτω. Παρόμοια με αυτό που κάνατε για το Πρόβλημα 1 παραπάνω, δείξτε τι συμβαίνει στις επόμενες 10 χρονοθυρίδες. Τι συμβαίνει στην νέα κατάσταση ισορροπίας;

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 1 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1.2 Ανεφικτότητα ελέγχου ισχύος **

Σκεφτείτε ένα σύστημα 3 ζεύξεων με τα κέρδη των ζεύξεων G_{ij} να φαίνονται παρακάτω. Οι δέκτες απαιτούν $SIR_1 = 1$, $SIR_2 = 2$, $SIR_3 = 1$. Ο θόρυβος $n_i = 0.1$, $\forall i$. Δείξτε ότι αυτό το σύνολο των SIR στόχων είναι ανέφικτο.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}.$$

1.3 Παιχνίδι μηδενικού αθροίσματος *

Στο ακόλουθο παιχνίδι 2 παικτών, οι πληρωμές των παικτών είναι ακριβώς οι αρνητικές ως προς του άλλου παίκτη για όλους τους συνδυασμούς στρατηγικών. Αυτό

μοντελοποιεί μια ακραία περίπτωση ανταγωνισμού, και ονομάζεται **παιχνίδι μηδενικού αθροίσματος**. Υπάρχει κάποια ισορροπία καθαρής στρατηγικής; Πόσες υπάρχουν;

	A	B
A	(2,-2)	(3,-3)
B	(3,-3)	(4,-4)

1.4 Σχεδιασμό του μηχανισμού **

Σκεφτείτε το παρακάτω παιχνίδι. Υπάρχουν δύο παίκτες, ο καθένας με δύο στρατηγικές, και οι πληρωμές φαίνονται παρακάτω. Σκεφτείτε μόνο ισορροπίες καθαρής στρατηγικής.

	A	B
α	(0,2)	(2,0)
β	(6,0)	(3,2)

(α) Υπάρχει ισορροπία Nash, και αν ναι, ποια είναι;

(β) Θέλουμε να βελτιώσουμε αυτό το παιχνίδι. Ποιες εγγραφές στον πίνακα θα αλλάζατε για να κάνετε την ισορροπία Nash που προκύπτει μοναδική και καθολικά βέλτιστη;

Αυτό είναι ένα παράδειγμα **σχεδιασμού του μηχανισμού**: αλλάξτε το παιχνίδι έτσι ώστε να παρακινήσετε τους παίκτες να μετακινηθούν σε μια επιθυμητή ισορροπία. Θα δούμε πολλά περισσότερα σχετικά με το σχεδιασμό του μηχανισμού σε μελλοντικά κεφάλαια.

1.5 Επανάληψη του διλήματος του φυλακισμένου ***

(α) Έστω ότι οι δύο φυλακισμένοι γνωρίζουν ότι με κάποιο τρόπο θα πιαστούν στην ίδια κατάσταση 5 ακόμη φορές στα μελλοντικά χρόνια. Ποια θα είναι η στρατηγική του κάθε φυλακισμένου στο να επιλέξει μεταξύ ομολογίας και μη ομολογίας;

(β) Έστω ότι οι δύο φυλακισμένοι έχουν άπειρη διάρκεια ζωής, και υπάρχει πάντα 90% πιθανότητα ότι θα πιαστούν στην ίδια κατάσταση μετά από κάθε γύρω αυτού του παιχνιδιού. Ποια θα είναι η στρατηγική του κάθε φυλακισμένου τώρα;