

# ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

## 1η σειρά ασκήσεων

**Όνοματεπώνυμο:**

**Αριθμός μητρώου:**

**Ημερομηνία παράδοσης: Μέχρι και την Πέμπτη 13 Δεκεμβρίου 2018**

Σημειώστε τις ασκήσεις για τις οποίες έχετε παραδώσει λύση:

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
1.6	1.7	1.8	1.9	1.10
1.11	1.12	1.13	1.14	1.15

- 1.1) Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Αν  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  και  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ , να υπολογισθούν οι πιθανότητες  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cap B')$  και  $P(A' \cap B')$ .
- 1.2) Αν  $P(A \cup B) = P(A \cap B)$ , όπου  $A, B$  είναι δύο μη κενά υποσύνολα του δειγματικού χώρου  $\Omega$ , να δειχθεί ότι  $A = B$ .
- 1.3) Αν  $A, B$  είναι δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(A) = \frac{2}{3}$  και  $P(B) = \frac{3}{4}$  να δειχθεί ότι  $\frac{5}{12} \leq P(A \cap B) \leq \frac{2}{3}$ .
- 1.4) Αν  $A, B$  είναι δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(A) = \frac{1}{3}$  και  $P(B) = \frac{3}{8}$ , να δειχθεί ότι  $\frac{3}{8} \leq P(A \cup B) \leq \frac{17}{24}$ .
- 1.5) Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Αν  $P(A) = P(B) = \frac{2}{3}$  τότε να δειχθεί ότι  $P(A|B) \geq \frac{1}{2}$ .
- 1.6) Σε ένα διήγημα της Αγκάθα Κρίστι ο ντεντέκτιβ Πουαρό έχει συγκεντρώσει τους 7 εξίσου υπόπτους (μεταξύ των οποίων και η ανιψιά του δολοφονηθέντος) σε ένα κυκλικό τραπέζι ενώ ο ίδιος στέκεται όρθιος δίπλα τους. Ποια είναι η πιθανότητα η ανιψιά να κάθεται δίπλα στο δολοφόνο;
- 1.7) Ένας ελεγκτής ποιότητας εξετάζει μια παρτίδα με 100 τεμάχια ενός προϊόντος επιλέγοντας 5 τεμάχια (χωρίς επανατοποθέτηση). Αν κανένα από τα τεμάχια δεν είναι ελλατωματικό, τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή, αλλιώς υποβάλλεται σε περαιτέρω ελέγχους. Να βρεθεί η πιθανότητα μια παρτίδα που περιέχει 5 ελλατωματικά τεμάχια να γίνει αποδεκτή.
- 1.8) Ένας χρήστης έχει εγκαταστήσει 2 φίλτρα spam για τα email του. Το πρώτο λειτουργεί σωστά με πιθανότητα 60% και το δεύτερο λειτουργεί σωστά με πιθανότητα 70%.
- Να βρεθεί η πιθανότητα να διαφωνήσουν τα δύο φίλτρα για το ίδιο email.
  - Αν τα δύο φίλτρα συμφωνήσουν, ποια είναι η πιθανότητα το email να έχει χαρακτηριστεί σωστά;
- 1.9) Είναι γνωστό ότι το 5% των οχημάτων, σε ένα συγκεκριμένο τμήμα της εθνικής οδού, κινείται με ταχύτητα που υπερβαίνει το όριο ταχύτητας. Έστω ότι η τροχαία των εθνικών οδών χρησιμοποιεί ένα αυτοματοποιημένο σύστημα μέτρησης της ταχύτητας των οχημάτων το οποίο ανιχνεύει τα οχήματα που κινούνται στο συγκεκριμένο τμήμα με ταχύτητα πάνω από επιτρεπτό όριο και το ποσοστό σφάλματος του συστήματος είναι 3% (είτε θετικά, είτε αρνητικά).
- Να βρεθεί η πιθανότητα ένα όχημα να κινούνταν με υπερβολική ταχύτητα δεδομένου ότι πήρε κλήση από το σύστημα της τροχαίας.
  - Να βρεθεί η πιθανότητα ένα όχημα να κινούνταν με υπερβολική ταχύτητα δεδομένου ότι δεν πήρε κλήση από το σύστημα της τροχαίας.
  - Να βρεθεί η πιθανότητα ένα όχημα να πάρει κλήση από το σύστημα.
- 1.10) Ένας επιστήμονας έστειλε τα αποτελέσματα της έρευνάς του για δημοσίευση σε ένα από τα γνωστά διεθνή περιοδικά. Η εργασία του φτάνει σε 3 ανεξάρτητους κριτές, οι οποίοι αξιολογούν θετικά με πιθανότητες  $\frac{6}{11}$ ,  $\frac{3}{7}$  και  $\frac{4}{9}$  αντίστοιχα. Ποια είναι η πιθανότητα η πλειοψηφία των κριτών να αξιολογήσει θετικά την εργασία του επιστήμονα, οπότε αυτή να δημοσιευθεί;

- 1.11) Η Αφροδίτη έχει κάνει αίτηση για πρόσληψη στην εταιρεία Megasoft και έχοντας τις παρακάτω πληροφορίες θέλει να κάνει μια εκτίμηση της πιθανότητας να προσληφθεί. Η πιθανότητα να γίνει δεκτή μια αίτηση για πρόσληψη στην εταιρεία είναι 5%. Από αυτούς που προσλαμβάνονται το 90% έχει περάσει από δεύτερη συνέντευξη, ενώ το 10% προσλαμβάνεται κατευθείαν από την πρώτη συνέντευξη. Επίσης, από αυτούς που δεν προσλαμβάνονται μόνο το 2% περνάει από δεύτερη συνέντευξη. Ένα τηλεφώνημα καλεί την Αφροδίτη για δεύτερη συνέντευξη στην Megasoft. Τι πιθανότητα έχει να προσληφθεί;
- 1.12) Ο Κώστας απαντάει σε ένα τεστ με ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής το οποίο περιέχει 30 ερωτήσεις με 5 επιλογές η κάθε μια εκ των οποίων μόνο μια είναι σωστή. Ο Κώστας γνωρίζει την απάντηση σε κάποιες από αυτές, ενώ τις υπόλοιπες τις απαντάει στην τύχη. Έστω ότι η πιθανότητα να γνωρίζει μια απάντηση δεδομένου ότι απάντησε σωστά στην ερώτηση είναι 0.9.
- i) Να υπολογισθεί πόσες από τις 30 ερωτήσεις αναμένεται να γνωρίζει ο Κώστας.  
(Υπόδειξη: Να βρεθεί η πιθανότητα  $p$  ο Κώστας να γνωρίζει την απάντηση σε μια ερώτηση.)
  - ii) Να υπολογισθεί σε πόσες από τις 30 ερωτήσεις απάντησε σωστά ο Κώστας.
- 1.13) Κατά την ρίψη 3 ζαριών οι ενδείξεις τους αθροίζουν στο 7. Να βρεθεί η πιθανότητα τουλάχιστον μια από τις ενδείξεις να ισούται με 1.
- 1.14) Δέκα ελικόπτερα χρησιμοποιούνται για την αναζήτηση ενός αγνοούμενου ορειβάτη ο οποίος μπορεί να βρίσκεται σε μία από δύο πιθανές περιοχές με πιθανότητες 0.7 και 0.3 αντίστοιχα. Κάθε ελικόπτερο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μία από δύο περιοχές. Κάθε ελικόπτερο έχει πιθανότητα 0.2 να βρει τον αγνοούμενο αν αυτός βρίσκεται στην περιοχή που ερευνά. Να βρεθεί πόσα ελικόπτερα πρέπει να σταλούν σε κάθε περιοχή ώστε η πιθανότητα να βρεθεί ο αγνοούμενος να είναι η μεγιστη δυνατή. Ποια είναι η πιθανότητα να βρεθεί ο αγνοούμενος σε αυτή την περίπτωση;
- (Υπόδειξη: Υποθέστε ότι  $k$  ελικόπτερα κατανέμονται στην πρώτη περιοχή και  $10 - k$  ελικόπτερα στην δεύτερη περιοχή.)
- 1.15) Ο Πάνος και η Ελένη σχεδιάζουν χωριστά και μυστικά ο ένας από τον άλλον να πάρουν δώρο για την επέτειό τους. Σκοπεύουν να πληρώσουν με κάρτα από τον κοινό τους λογαριασμό για έκτακτες αγορές που έχει υπόλοιπο 500 ευρώ. Αν ο καθένας σχεδιάζει να πάρει δώρα οποιασδήποτε αξίας από 100 μέχρι 300 ευρώ, να υπολογισθεί η πιθανότητα
- i) να μην φτάσουν τα χρήματα στον ένα από τους δύο.
  - ii) να μείνουν τουλάχιστον 100 ευρώ για δείπνο σε εστιατόριο.