

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

3η σειρά ασκήσεων

Όνοματεπώνυμο:

Αριθμός μητρώου:

Ημερομηνία παράδοσης: Μέχρι και την Δευτέρα 14 Ιανουαρίου 2019

Σημειώστε τις ασκήσεις για τις οποίες έχετε παραδώσει λύση:

3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
-----	-----	-----	-----	-----

- 3.1) Έστω x_1, x_2, \dots, x_n ένα τυχαίο δείγμα που προέρχεται από πληθυσμό με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x) = \begin{cases} (k+1)x^k, & \text{αν } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$, όπου $k > -1$.
- Να βρεθεί με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας η εκτιμήτρια για την παράμετρο k .
 - Με βάση την παραπάνω εκτιμήτρια, ποιά είναι η εκτίμηση του k αν το δείγμα αποτελούνταν (σε αύξουσα σειρά) από τις τιμές 0.05, 0.1, 0.15, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.3, 0.3, 0.4;
- 3.2) Σε μια επιδημία γρίπης ερωτήθηκαν τυχαία 380 άτομα εκ των οποίων 140 απάντησαν ότι αρρώστησαν από την γρίπη.
- Να βρεθεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το ποσοστό των ατόμων που έχει προσβάλλει η γρίπη.
 - Να βρεθεί ο ελάχιστος αριθμός ατόμων n που πρέπει να ερωτηθεί ώστε να βρεθεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το ποσοστό των ατόμων που έχει προσβάλλει η γρίπη με σφάλμα το πολύ $\pm 3\%$.
- 3.3) Να βρεθούν 95% και 99% διαστήματα εμπιστοσύνης για την μέση τιμή μ ενός πληθυσμού στις παρακάτω περιπτώσεις:
- Ο πληθυσμός ακολουθεί την κανονική κατανομή με διακύμανση $\sigma^2 = 10$ και ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους $n = 100$ έδωσε δειγματική μέση τιμή $\bar{\mu} = 187$.
 - Ο πληθυσμός ακολουθεί την κανονική κατανομή και ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους $n = 28$ έδωσε δειγματική μέση τιμή $\bar{\mu} = 187$ και δειγματική διακύμανση $s^2 = 9.3$.
 - Ο πληθυσμός ακολουθεί την κανονική κατανομή και ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους $n = 121$ έδωσε δειγματική μέση τιμή $\bar{\mu} = 187$ και δειγματική διακύμανση $s^2 = 9.6$.
 - Ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους $n = 121$ έδωσε δειγματική μέση τιμή $\bar{\mu} = 187$ και δειγματική διακύμανση $s^2 = 9.6$.
- 3.4) Προκειμένου να μελετηθεί η επίδραση της κληρονομικότητας στην εμφάνιση υπέρτασης μετρήθηκε η αρτηριακή πίεση σε δύο ανεξάρτητες ομάδες ατόμων. Η πρώτη ομάδα που αποτελείται από 8 άτομα των οποίων οι γονείς ήταν υπέρτασικοί εμφάνισε μέση τιμή υπέρτασης $\bar{x}_1 = 104.5$. Η δεύτερη ομάδα που αποτελείται από 10 άτομα των οποίων οι γονείς δεν ήταν υπέρτασικοί εμφάνισε μέση τιμή υπέρτασης $\bar{x}_2 = 97.3$. Να βρεθεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά $\mu_1 - \mu_2$. Να εξετασθεί η υπόθεση $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ έναντι της υπόθεσης $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$ όταν
- υποθέτουμε ότι η υπέρταση και στις δύο ομάδες ατόμων ακολουθεί την κανονική κατανομή με διακυμάνσεις $\sigma_1^2 = 70$ και $\sigma_2^2 = 22$ αντίστοιχα.
 - υποθέτουμε ότι η υπέρταση και στις δύο ομάδες ατόμων ακολουθεί την κανονική κατανομή με άγνωστες αλλά ίσες διακυμάνσεις και δειγματικές διακυμάνσεις $s_1^2 = 91.143$ και $s_2^2 = 22.233$ αντίστοιχα.
- 3.5) Προκειμένου να εξετασθεί η αποτελεσματικότητα ενός νέου εμβολίου επιλέχθηκαν τυχαία 150 ασθενείς και στους 80 από αυτούς δόθηκε το νέο εμβόλιο, ενώ στους υπόλοιπους 70 δόθηκε ένα εικονικό εμβόλιο (placebo). Μετά από μια εβδομάδα βρέθηκε ότι βελτιώθηκε η υγεία 48 ασθενών που πήραν το εικονικό εμβόλιο και 56 ασθενών που πήραν το νέο εμβόλιο.
- Μπορούμε σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ να αποδείξουμε ότι η νέα θεραπεία με το νέο εμβόλιο είναι προτιμότερη;
 - Να κατασκευασθεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά των ποσοστών p_1, p_2 όπου p_1 είναι η πιθανότητα να θεραπευτεί ένας ασθενής χρησιμοποιώντας εικονικό εμβόλιο και p_2 η αντίστοιχη πιθανότητα για το νέο εμβόλιο.