

# Εφαρμοσμένη Συνδυαστική

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΠΕΙΡΑΙΩΣ  
2023

**1η Ομάδα Ασκήσεων** (Παράδοση μέχρι την Τετάρτη 24/05/2023)

**Άσκηση (1).** Έστω  $S_n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , το σύνολο των τρόπων με τους οποίους μπορούν  $2n + 1$  μη διακεκριμένοι επιβάτες να τοποθετηθούν σε 3 διακεκριμένα λεωφορεία, έτσι ώστε κάθε λεωφορείο να έχει το πολύ  $n$  επιβάτες.

- i) Να αποδειχθεί ότι ο πληθάρθμος του συνόλου  $S_n$  ισούται με  $n(n + 1)/2$ .
- ii) Να διατυπωθεί αλγόριθμος κατασκευής του συνόλου  $S_n$ .
- iii) Να διατυπωθεί αλγόριθμος επιλογής ενός τυχαίου στοιχείου του συνόλου  $S_n$ , έτσι ώστε όλα να επιλέγονται με την ίδια πιθανότητα.

**Παρατηρήσεις-Υποδείξεις:** Δεν μας ενδιαφέρει ποιοι, αλλά πόσοι επιβάτες τοποθετούνται στο κάθε λεωφορείο. Επομένως, κάθε τρόπος αντιστοιχεί σε μια λύση  $(x_1, x_2, x_3)$  της εξίσωσης:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2n + 1, \quad x_1, x_2, x_3 \in [n],$$

όπου  $x_i$  το πλήθος επιβατών του λεωφορείου  $i$ . (Προφανώς,  $x_i > 0$ .)

Για τη λύση του *iii*), αρκεί να επιλεγεί (ομοιόμορφα) ένα τυχαίο μονοπάτι του δένδρου κατασκευής του *ii*). Για το σκοπό αυτό, μπορεί να σας φανεί η χρήσιμη η Άσκηση 2.1, στη σελ. 57 των σημειώσεων του μαθήματος Πιθανότητες και Στατιστική.

**Παράδοση:** Η παράδοση της λύσης της άσκησης είναι προαιρετική, βαθμολογείται με μισή μονάδα που είναι bonus στον τελικό βαθμό και μπορεί να παραδοθεί στο email του διδάσκοντα (παραδώστε τον πηγαίο κώδικα).