

---

# 5 – Ψηφιοποίηση Πολυγώνων

Γραφικά με Υπολογιστές

Τμήμα Πληροφορικής  
Πανεπιστήμιο Πειραιά

Γ. Αναστασάκης, 2011

---

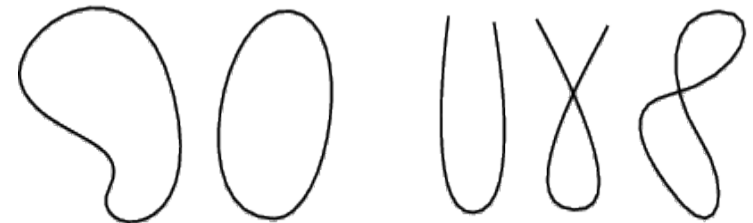
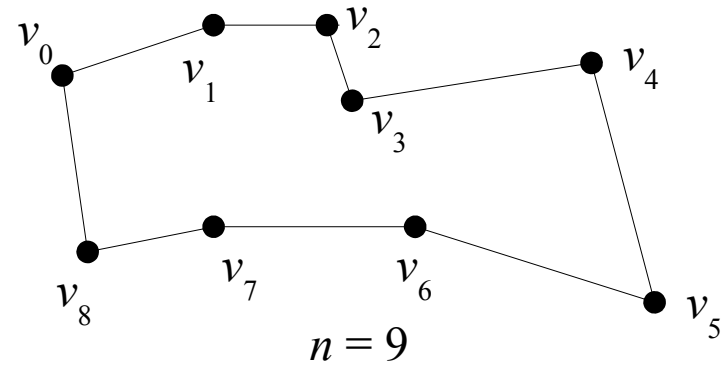
# Ψηφιοποίηση πολυγώνων (polygon rasterization)

---

- Η διαδικασία απεικόνισης ενός πολυγώνου σε ένα ψηφιογραφικό μέσο απεικόνισης
- Απεικόνιση τόσο του περιγράμματος όσο και του εσωτερικού του πολυγώνου
- Αλγόριθμοι σχεδίασης γραμμών για σχεδιασμό περιγράμματος
- Χρωματισμός σημείων που ανήκουν στο εσωτερικό του πολυγώνου
- Έλεγχος για το αν ένα σημείο ανήκει στο εσωτερικό ενός πολυγώνου (point-in-polygon testing)

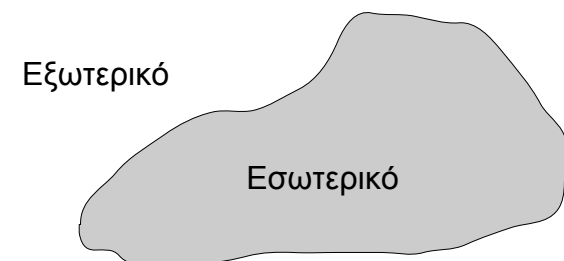
# Καμπύλες και πολύγωνα

- $P = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$
- Καμπύλη Jordan: Συνεχής, κλειστή και απλή (δεν τέμνει τον εαυτό της) γραμμή στο επίπεδο
- Θεώρημα καμπύλης Jordan: Μία καμπύλη Jordan χωρίζει το επίπεδο σε δύο μέρη, το “εσωτερικό” της καμπύλης και το “εξωτερικό” της



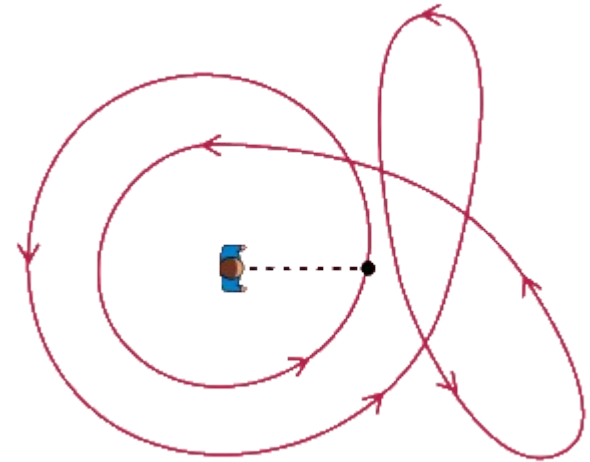
Καμπύλες Jordan

Όχι καμπύλες Jordan

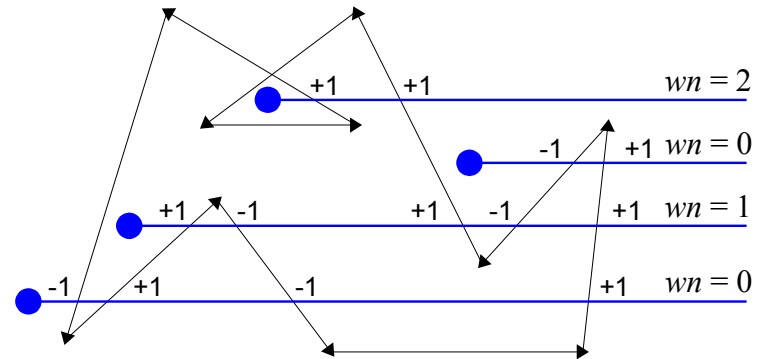


# Αριθμός περιελίξεων (winding number)

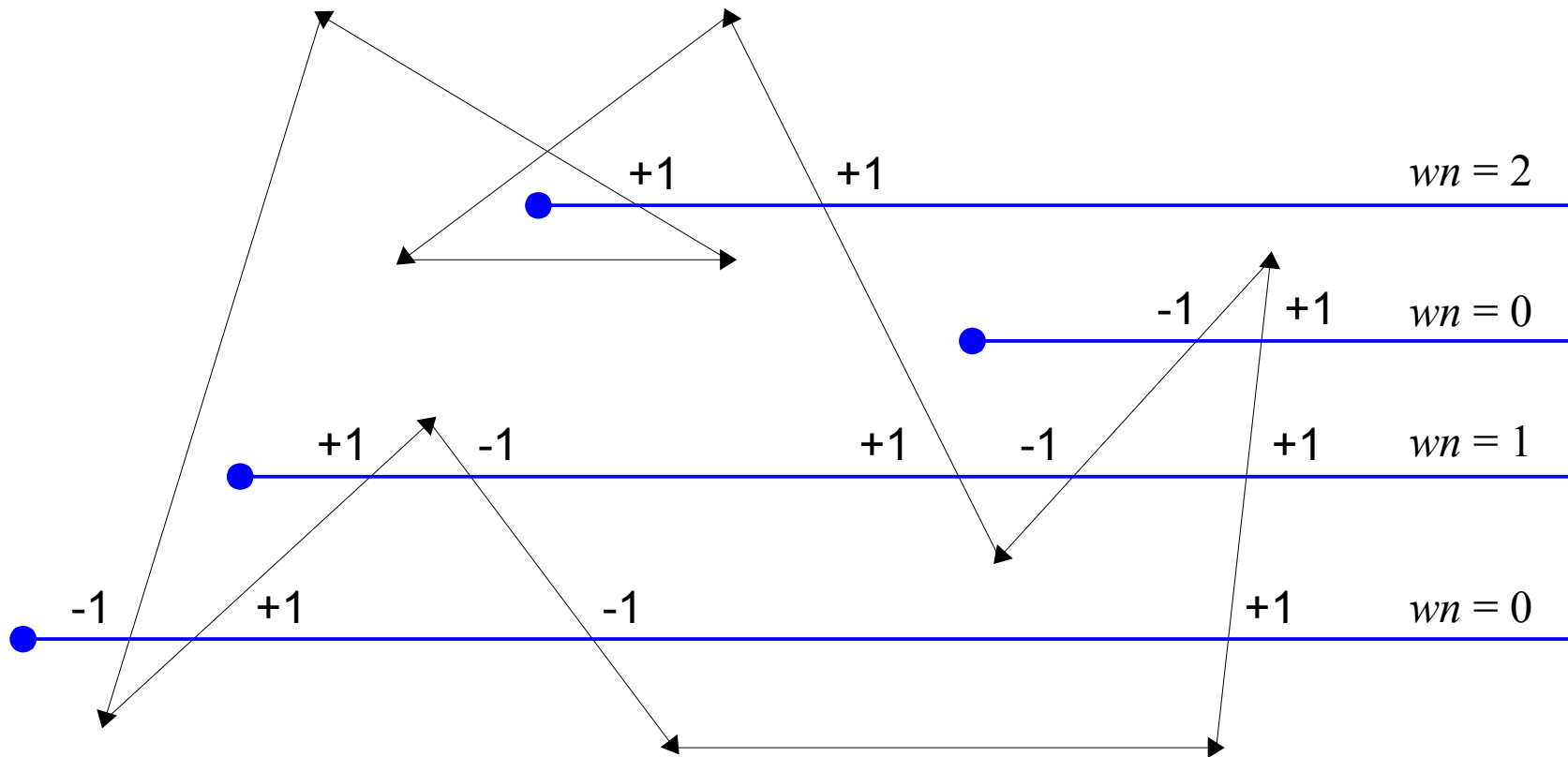
- Έλεγχος για το αν ένα σημείο βρίσκεται στο εσωτερικό πολυγώνου βάσει του αριθμού των περιελίξεων του πολυγώνου γύρω από το σημείο.
- Υπολογισμός με βάση φορά ακμών σε σημεία τομής με γραμμή σάρωσης από το σημείο ( $\uparrow +1$ ,  $\downarrow -1$ )
- Η μέθοδος δίνει σωστά αποτελέσματα για κλειστά, αλλά όχι απαραίτητα απλά, πολύγωνα.



$wn = 2$

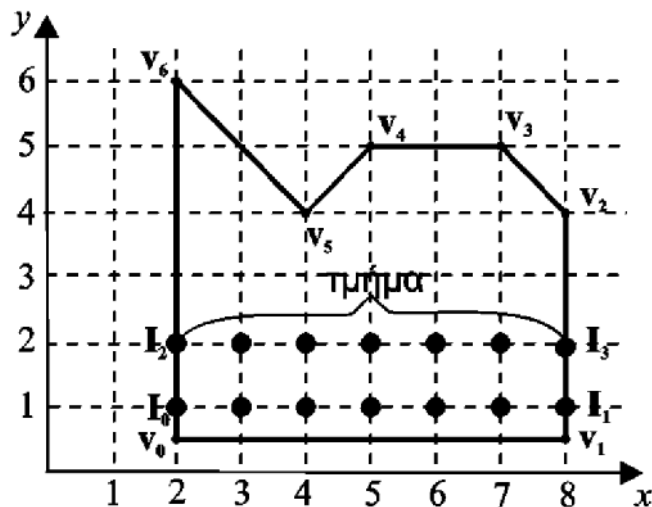


# Αριθμός περιελίξεων, παράδειγμα



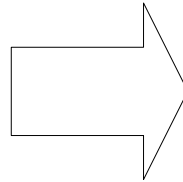
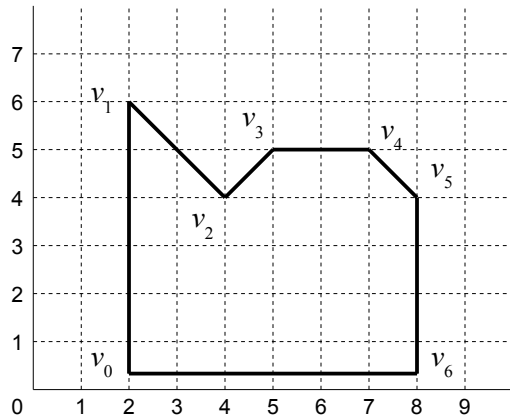
# Γενική περίπτωση πολυγώνου

- $P = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$
- Υπολογισμός τομών  $I(x, y)$  όλων των ακμών του πολυγώνου με γραμμές σάρωσης και αποθήκευσή τους σε λίστα
- Ταξινόμηση της λίστας κατά  $(y, x)$
- Σχεδίαση εκτάσεων (spans) μεταξύ διαδοχικών ζευγών



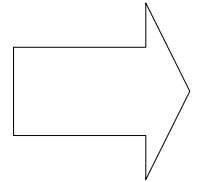
# Παράδειγμα γενικής περίπτωση πολυγώνου

Περίγραμμα πολυγώνου



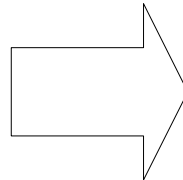
Τομές με γραμμές σάρωσης ανά ακμή

- $v_0v_1$ : (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)
- $v_1v_2$ : (2, 6), (3, 5), (4, 4)
- $v_2v_3$ : (4, 4), (5, 5)
- $v_3v_4$ : (5, 5), (6, 5), (7, 5)
- $v_4v_5$ : (7, 5), (8, 4)
- $v_5v_6$ : (8, 4), (8, 3), (8, 2), (8, 1)
- $v_6v_0$ : καμία τομή με γραμμή σάρωσης

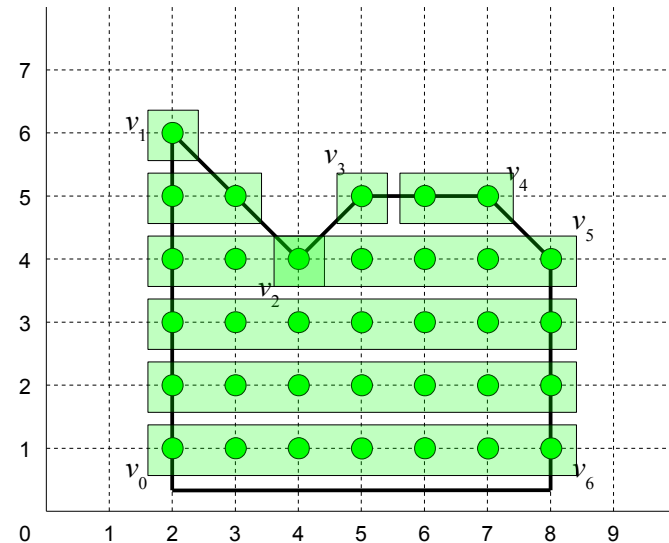


Ταξινόμηση κατά (x, y) ανά ζεύγη

- (2, 1), (8, 1),
- (2, 2), (8, 2),
- (2, 3), (8, 3),
- (2, 4), (4, 4),
- (4, 4), (8, 4),
- (8, 4), ?
- (2, 5), (3, 5),
- (5, 5), (5, 5),
- (6, 5), (7, 5),
- (7, 5), ?
- (2, 6), (2, 6)



Τελικό σχήμα



# Πηγές

---

- Theoharis, T., et al, “Graphics and Visualization: Principles and Algorithms”
- Theoharis, T., et al, “Graphics and Visualization: Principles and Algorithms”, slides, <http://graphics.cs.aueb.gr/cgvizbook/slides.html>
- Θεοχάρης, Θ. et al, “Γραφικά και Οπτικοποίηση: Αρχές και Αλγόριθμοι”
- Θεοχάρης, Θ. et al, “Γραφικά και Οπτικοποίηση: Αρχές και Αλγόριθμοι”, διαφάνειες, <http://graphics.cs.aueb.gr/cgvizbook/greek/slides.html>
- Wikipedia, <http://www.wikipedia.org>
- Wolfram Mathworld, <http://mathworld.wolfram.com/>