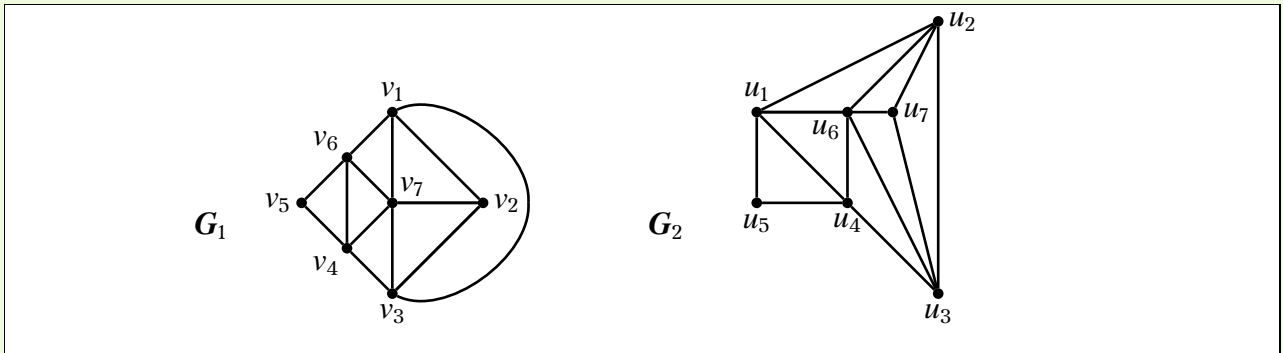


Άσκηση 1. Να εξετασθεί αν είναι ισόμορφα τα παρακάτω ζεύγη γραφημάτων.

(i)

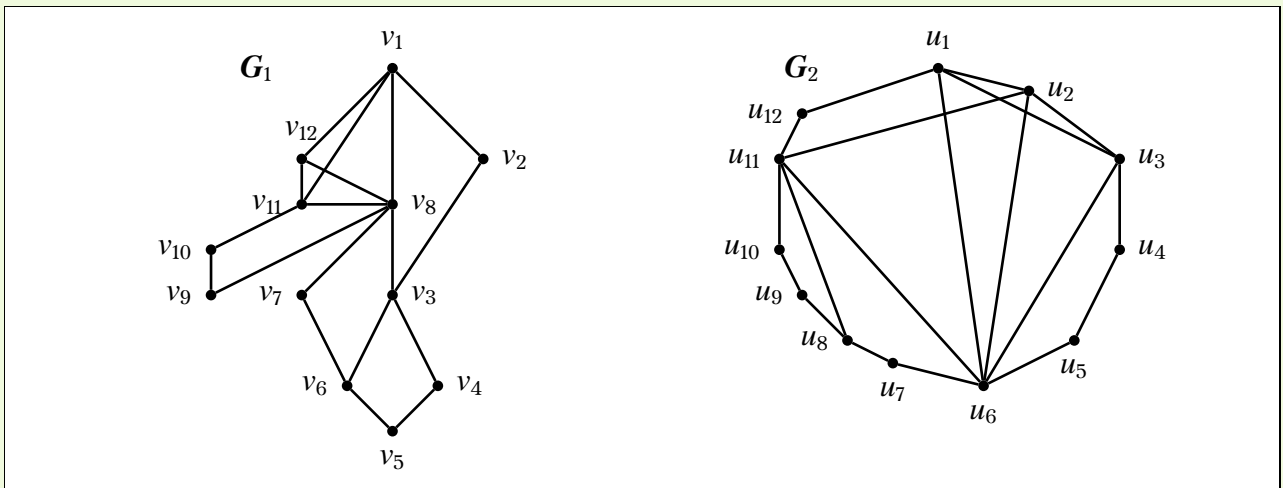


Λύση. Τα G_1, G_2 είναι ισόμορφα. Ένας ισομορφισμός f είναι ο εξής:

$$\begin{aligned} f(v_1) &= u_2 \\ f(v_2) &= u_7 \\ f(v_3) &= u_3 \\ f(v_4) &= u_4 \\ f(v_5) &= u_5 \\ f(v_6) &= u_1 \\ f(v_7) &= u_6 \end{aligned}$$

□

(ii)



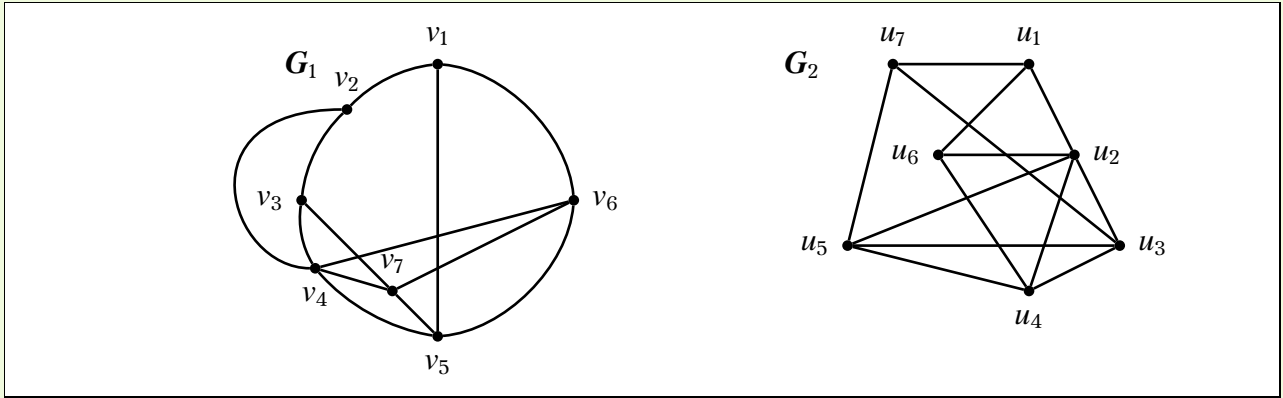
Λύση. Τα G_1, G_2 δεν είναι ισόμορφα, διότι έχουν διαφορετικές ακολουθίες βαθμών.

Ακολουθία βαθμών του G_1 : (6, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2).

Ακολουθία βαθμών του G_2 : (6, 5, 4, 4, 4, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2).

□

(iii)



Λύση. Τα G_1, G_2 είναι ισόμορφα. Ένας ισομορφισμός f είναι ο εξής:

$$f(v_1) = u_7$$

$$f(v_2) = u_1$$

$$f(v_3) = u_6$$

$$f(v_4) = u_2$$

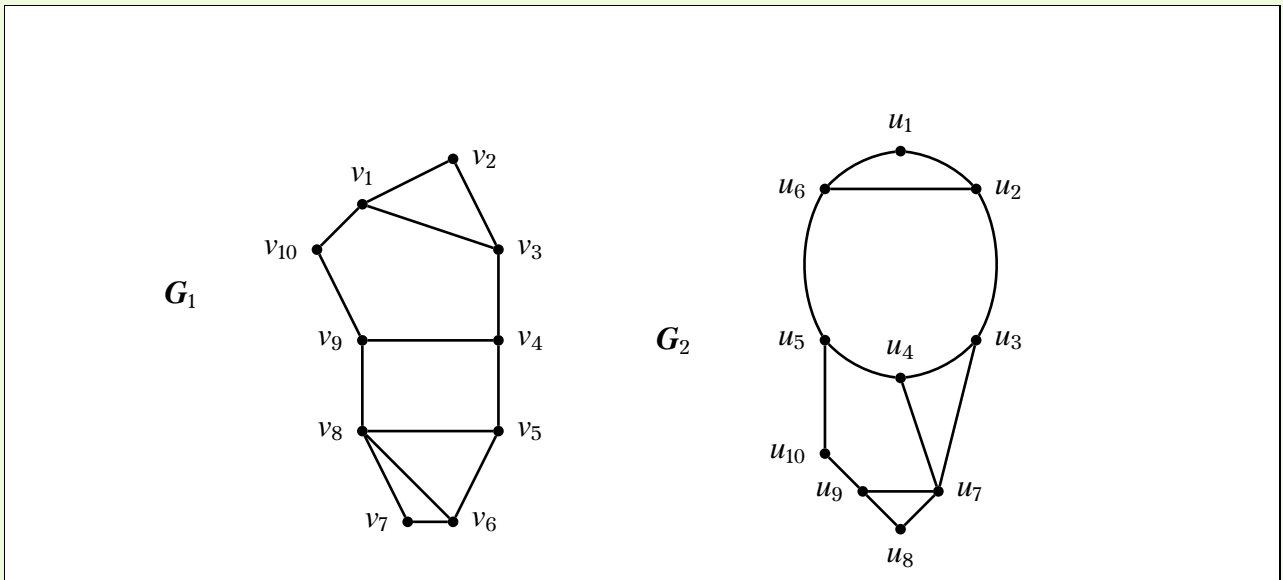
$$f(v_5) = u_5$$

$$f(v_6) = u_3$$

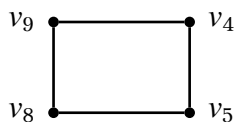
$$f(v_7) = u_4$$

□

(iv)

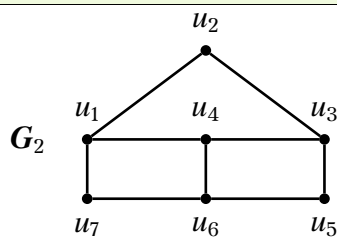
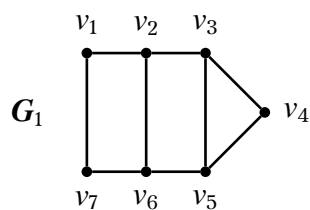


Λύση. Τα G_1, G_2 δεν είναι ισόμορφα, διότι το G_2 δεν περιέχει υπογράφημα ισόμορφο με το παρακάτω υπογράφημα του G_1 :



□

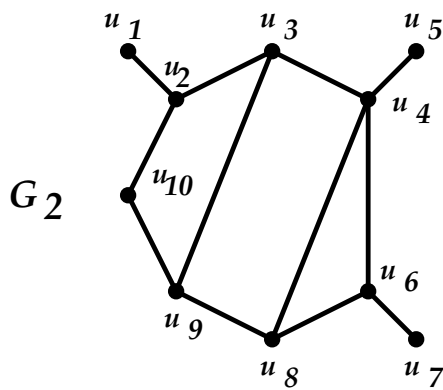
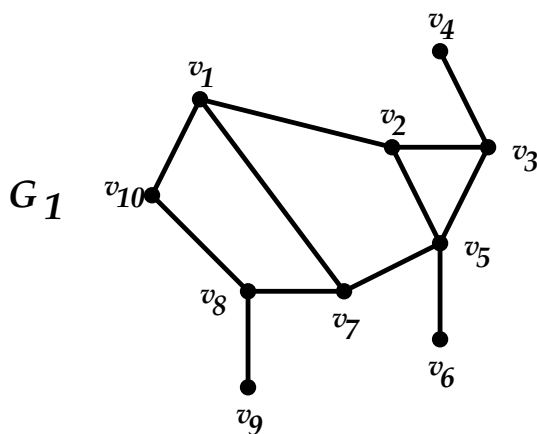
(v)



Λύση. Δεν είναι ισόμορφα: Το G_1 περιέχει το K_3 ενώ το G_2 όχι.

□

(vi)

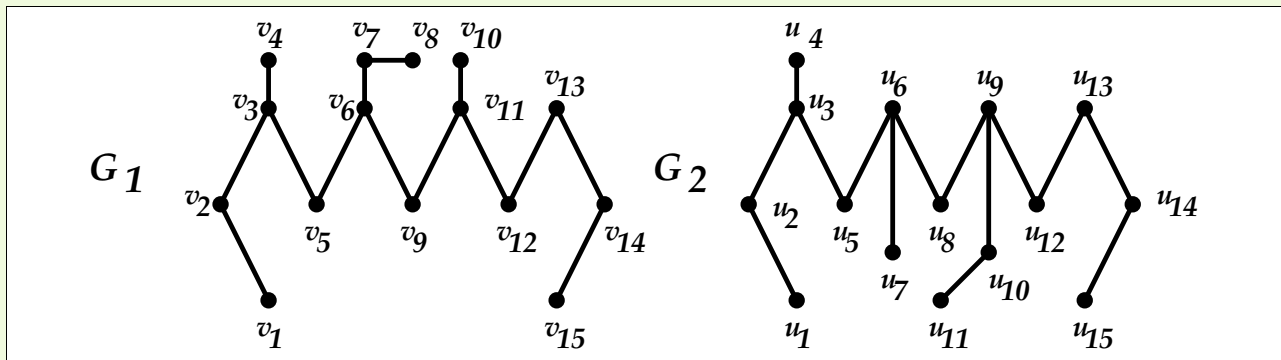


Λύση. Τα G_1, G_2 είναι ισόμορφα. Ένας ισομορφισμός f είναι ο εξής:

$$\begin{aligned} f(v_1) &= u_9 \\ f(v_2) &= u_8 \\ f(v_3) &= u_6 \\ f(v_4) &= u_7 \\ f(v_5) &= u_4 \\ f(v_6) &= u_5 \\ f(v_7) &= u_3 \\ f(v_8) &= u_2 \\ f(v_9) &= u_1 \\ f(v_{10}) &= u_{10} \end{aligned}$$

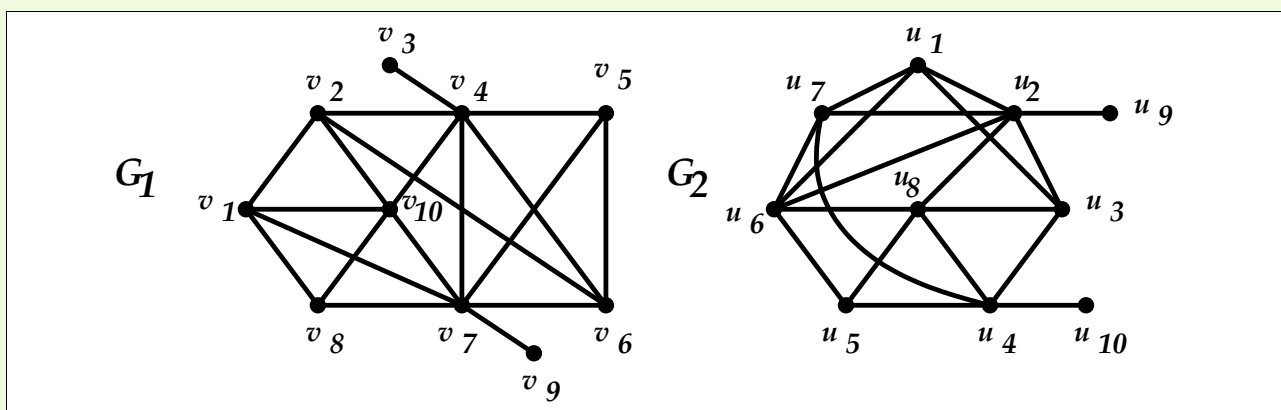
□

(vii)



Λύση. Τα G_1, G_2 δεν είναι ισόμορφα, διότι στο G_2 υπάρχουν κορυφές βαθμού 1 που απέχουν απόσταση 4 (οι u_4 και u_7) ενώ στο G_1 όχι. □

(viii)



Λύση. Τα G_1, G_2 δεν είναι ισόμορφα, διότι στο G_2 υπάρχει κορυφή βαθμού 1 η οποία συνδέεται με κορυφή βαθμού 5, ενώ στο G_1 δεν υπάρχουν τέτοιες κορυφές. □

Άσκηση 2. Να εξετασθεί αν υπάρχουν γραφήματα δεσμών με τις παρακάτω ακολουθίες βαθμών.

(i) (4, 4, 3, 3, 1).

Λύση. Δεν υπάρχει διότι το άθροισμα των όρων της ακολουθίας είναι περιττός αριθμός.

(ii) (5, 4, 3, 2, 1).

Λύση. Δεν υπάρχει διότι το άθροισμα των όρων της ακολουθίας είναι περιττός αριθμός. (Επίσης, προφανώς, σε ένα γράφημα με 5 κορυφές ο μέγιστος δυνατός βαθμός είναι 4.)

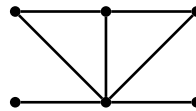
(iii) (1, 1, 1, 1, 1, 1).

Λύση. Υπάρχει. Είναι το γράφημα:



(iv) (5, 3, 2, 2, 1, 1).

Λύση. Υπάρχει. Είναι το γράφημα:



(v) (5, 3, 3, 3, 2).

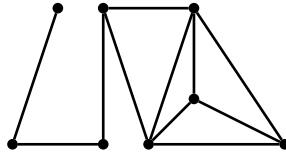
Λύση. Δεν υπάρχει διότι σε ένα γράφημα με 5 κορυφές ο μέγιστος δυνατός βαθμός είναι 4.

(vi) (4, 4, 3, 3, 2, 2, 1).

Λύση. Δεν υπάρχει διότι το άθροισμα των όρων της ακολουθίας είναι περιττός αριθμός.

(vii) (4, 4, 3, 3, 3, 2, 2, 1).

Λύση. Υπάρχει. Ένα τέτοιο γράφημα είναι το εξής:



□

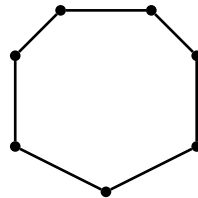
(viii) (6, 4, 3, 3, 2, 2).

Λύση. Δεν υπάρχει διότι σε ένα γράφημα με 6 κορυφές ο μέγιστος δυνατός βαθμός είναι 5.

□

(ix) (2, 2, 2, 2, 2, 2).

Λύση. Υπάρχει. Ένα τέτοιο γράφημα είναι το εξής:



□

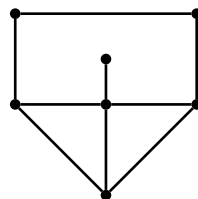
(x) (3, 3, 3, 3, 3, 3).

Λύση. Δεν υπάρχει διότι το άθροισμα των όρων της ακολουθίας είναι περιττός αριθμός.

□

(xi) (4, 3, 3, 3, 2, 2, 1).

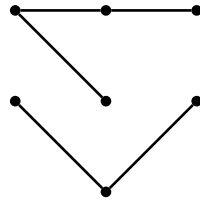
Λύση. Υπάρχει. Ένα τέτοιο γράφημα είναι το εξής:



□

(xii) (2, 2, 2, 1, 1, 1, 1)

Λύση. Υπάρχει. Ένα τέτοιο γράφημα είναι το εξής:



□