



# Συλλογικές Αποφάσεις με Μεθόδους Πολυκριτήριας Ανάλυσης

## Πολυκριτηριακή Ανάλυση

- Το σύνολο των εναλλακτικών λύσεων ( $A$ ) που διερευνώνται κατά τη διαδικασία λήψης μιας απόφασης ορίζεται:
- Με απαρίθμηση των στοιχείων του, όταν είναι πεπερασμένο και αρκετά περιορισμένο (διακριτό σύνολο εναλλακτικών λύσεων)
- Με δήλωση των ιδιοτήτων που χαρακτηρίζουν τα στοιχεία του, όταν είναι μη πεπερασμένο ή πολύ μεγάλο (συνήθως συνεχής χώρος εναλλακτικών λύσεων)

# Παραδείγματα Εναλλακτικών Λύσεων

- Κατάταξη 10 υποψηφίων για την κατάληψη μιας θέσης (λίστα-διακριτό)
- Επιλογή τοποθεσίας για την εγκατάσταση βιομηχανικής μονάδας από ένα σύνολο 10 εναλλακτικών τοποθεσιών (λίστα-διακριτό)
- Επιλογή κυκλικής διαδρομής για τη διανομή προϊόντος σε ένα σύνολο σημείων λιανικής πώλησης (διακριτό)
- Κατανομή η εργατών σε ο εργασίες (Α είναι το σύνολο όλων των μεταθέσεων με η στοιχεία, ήτο σύνολο όλων των λύσεων ενός γραμμικού συστήματος με Boolean μεταβλητές-διακριτό)
- Προσδιορισμός της τιμής ενός αγαθού (το Α είναι διάστημα των θετικών πραγματικών αριθμών - συνεχές)
- Βέλτιστη κατανομή πόρων σε ανταγωνιστικές δραστηριότητες (συνεχές)



## Μοντελοποίηση προτιμήσεων

- Όταν ο αποφασίζων συγκρίνει δύο στοιχεία  $a$  και  $b$  του  $A$  αντιδρά με έναν από τους ακόλουθους τρόπους:
  - Προτιμά το  $a$  από το  $b$  ( $aPb$ ) ή το αντίθετο ( $bPa$ ) –σχέση γνήσιας προτίμησης  $P$
  - Εκφράζει αδιαφορία μεταξύ των  $a$  και  $b$  ( $alb$ ) –σχέση διαφορίας-Ι
  - Αρνείται ή δεν μπορεί να συγκρίνει τα  $a$ ,  $b$  ( $aJb$ ) –σχέση ασυγκρισημότητας  $J$

## Η έννοια του κριτηρίου

- Κάθε εναλλακτική λύση στο Α αντανακλά ένα «νέφος επιπτώσεων» (χαρακτηριστικά, ιδιότητες, πλεονεκτήματα, μειονεκτήματα...) μέσω των οποίων είναι δυνατή η εκτίμηση της από τον αποφασίζοντα.
- Για ένα χρήστη μεταφορικών μέσων, για παράδειγμα, το νέφος επιπτώσεων μπορεί να περιλαμβάνει διαστάσεις:

  - Οικονομικές (κόστος μεταφοράς)
  - Χρονικές (χρόνος πρόσβασης, χρόνος αναμονής, χρόνος μεταφοράς)
  - Άνεσης (πιθανότητα εύρεση θέσης, αισθητικό περιβάλλον, κλιματισμός, θόρυβος)
  - Συνέπειας δρομολογίων
  - Ασφάλειας κ.λπ.

- Στη φάση της μοντελοποίησης του προβλήματος απόφασης διασαφηνίζονται οι επιπτώσεις των εναλλακτικών λύσεων και επινοούνται τα κριτήρια με τις κλίμακες μέτρησής τους, με τα οποία θα ληφθεί η απόφαση.

## Η έννοια του κριτηρίου

- Κριτήριο είναι μια μονότονη συνάρτηση  $g$  ορισμένη στο σύνολο εναλλακτικών λύσεων  $A$ , με τιμές σε ένα πλήρως διατεταγμένο σύνολο
- Π.χ. Αν  $a = \text{"metro"}$ ,  $b = \text{"Tram"}$ ,  $g_1 = \text{"τιμή εισιτήριου"}$  και  $g_2 = \text{"μέσος χρόνος διαδρομής από το Νέο Κόσμο στο Σύνταγμα"}$  θα είναι:
  - $g_1(a) = 0,80$ ,  $g_1(b) = 0,60$  (σε ευρώ)
  - $g_2(a) = 5$ ,  $g_2(b) = 10$  (σε λεπτά της ώρας)
- Με βάση τα κριτήρια δηλώνονται οι προτιμήσεις του αποφασίζοντα πάνω στο σύνολο των εναλλακτικών λύσεων
- Αν  $a, b$  δύο εναλλακτικές λύσεις από το σύνολο  $A$  που συγκρίνονται ως προς το κριτήριο  $g$ , ισχύει:
  - $g(a) > g(b) \Leftrightarrow a P/g b$  (α  $a$  προτιμάται από την  $b$  ως προς το κριτήριο  $g$ )
  - $g(a) = g(b) \Leftrightarrow a I/g b$  (α  $a$  είναι ισοδύναμη με την  $b$  ως προς το κριτήριο  $g$ )
- Στο προηγούμενο παράδειγμα θα είναι:
  - ( $b P/g_1 a$ ) αφού  $g_1(b) < g_1(a)$  (και το κριτήριο είναι για ελαχιστοποίηση)
  - ( $a P/g_2 b$ ) αφού  $g_2(a) < g_2(b)$  (και το κριτήριο είναι για ελαχιστοποίηση)

# Πολυκριτηριακός πίνακας

Εναλλακτικές λύσεις ↓

κριτήρια

Προφίλ λύσης

	$g_1$	$g_2$	...	$g_j$	...	$g_n$
$a_1$	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$	...	$g_j(a_1)$	...	$g_n(a_1)$
$a_2$	$g_1(a_2)$	$g_2(a_2)$	...	$g_j(a_2)$	...	$g_n(a_2)$
...						
$a_i$	$g_1(a_i)$	$g_2(a_i)$	...	$g_j(a_i)$	...	$g_n(a_i)$
...						
$a_m$	$g_1(a_m)$	$g_2(a_m)$	...	$g_j(a_m)$	...	$g_n(a_m)$

# Η μέθοδος του ολικού κριτηρίου (σταθμισμένος μέσος)

- Η μέθοδος του ολικού κριτηρίου εδράζεται στο κλασικό μοντέλο προτιμήσεων χαρακτηρίζεται όμως από το γεγονός ότι χρησιμοποιεί άμεσα τη συνάρτηση χρησιμότητας με την οποία συνθέτειται πολλαπλά κριτήρια  $g_1, g_2, \dots, g_n$  σε ένα και μοναδικό (μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων).
- Η συνάρτηση χρησιμότητας είναι πραγματική συνάρτηση
- $u: A \rightarrow \mathbb{R}$ , όπου  $u(a)$  είναι πραγματικός αριθμός που εκφράζει τη χρησιμότητα της λύσης  $a \in A$  και, σύμφωνα με το κλασικό μοντέλο προτιμήσεων, πληρεί τις εξής δύο ιδιότητες για κάθε ζεύγος  $(a, b)$  λύσεων:
  - $u(a) > u(b) \Leftrightarrow a$  προτιμάται από την  $b$
  - $u(a) = u(b) \Leftrightarrow a$  ισοδύναμη της  $b$
- Η συνάρτηση χρησιμότητας, έχουσα και αυτή τις ιδιότητες του κριτηρίου (ολικού κριτηρίου) ορίζει μια πλήρη διάταξη στο σύνολο  $A$  των εναλλακτικών λύσεων.
- Ειδικότερα, το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων θεωρείται γραμμικό, δηλαδή της μορφής  $u(a) = w_1 g_1(a) + w_2 g_2(a) + \dots + w_n g_n(a)$  για κάθε  $a = (g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a))$
- Οι παράμετροι  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι τα βάρη που δηλώνουν, κατά την κρίση του αποφασίζοντα, τη σχετική σημαντικότητα των κριτηρίων.

# Παράδειγμα

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΒΑΡΗ	$g_1$ $w_1=0.4$	$g_2$ $w_2=0.4$	$g_3$ $w_3=0.2$	U
<b>ΕΝΑΛ. ΛΥΣΕΙΣ</b>				
A	12	16	14	14,00
B	8	12	15	11,00
C	14	15	14	14,40
D	15	16	15	15,40
E	18	12	12	14,40

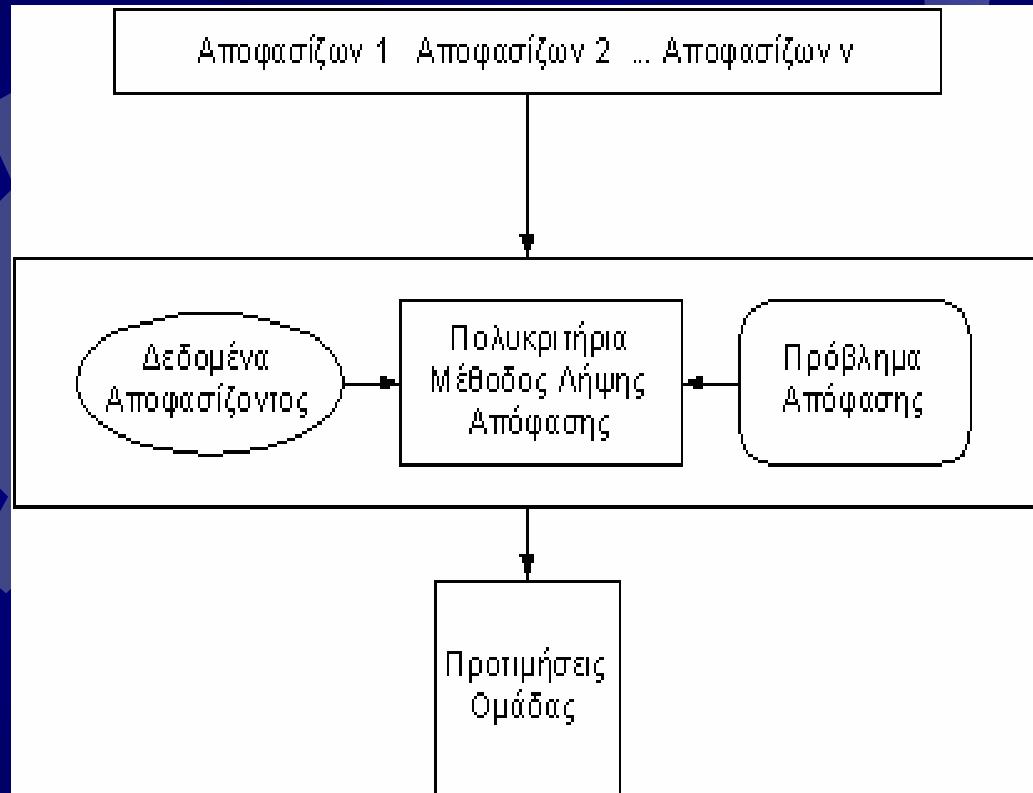
# Κυρίαρχες προσεγγίσεις

- Τέσσερις είναι οι κυρίαρχες προσεγγίσεις στην πολυκριτήρια λήψη αποφάσεων:
  - Ο πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός (Multiobjective mathematical programming)
    - πρόκειται για μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού με περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις.
  - Η θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory - MAUT).
    - SMART, AHP
  - Οι σχέσεις υπεροχής (outranking relations)
    - σύμφωνα με τις οποίες προκειμένου να ληφθεί η τελική απόφαση δεν είναι πάντα αναγκαία, αλλά ούτε και ρεαλιστική η πλήρης διάταξη των εναλλακτικών επιλογών, γεγονός που προκύπτει από το αξίωμα της ολικής και μεταβατικής συγκρισιμότητας.
    - Οι μέθοδοι αυτές βασίζονται στη δυαδική σχέση των προτιμήσεων μέσα από τις ανά ζεύγη συγκρίσεις των εναλλακτικών δράσεων
    - ELECTRE, PROMETHEE
  - Η ανάλυση μονότονης παλινδρόμησης (ordinal regression) με την οποία γίνεται χρήση μοντέλων ανάλυσης παλινδρόμησης στην προσπάθεια προσέγγισης της συλλογιστικής των αποφασιζόντων.
    - UTA

## Συλλογικές Αποφάσεις με Μεθόδους Πολυκριτήριας Ανάλυσης

- Θεωρούμε ότι το πρόβλημα απόφασης περιγράφεται με ένα σύνολο κριτηρίων και ότι υπάρχει ένα σύνολο εναλλακτικών δραστηριοτήτων που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα
- Στόχος της πολυκριτήριας λήψης συλλογικών είναι η διατύπωση ενός μοντέλου σύνθεσης των προτιμήσεων των αποφασιζόντων με στόχο την ομαδική αξιολόγηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων και τη λήψη κοινής απόφασης

# Τύποι ΣΥΣΑ με Πολυκριτήριες Μεθόδους – Τύπος I

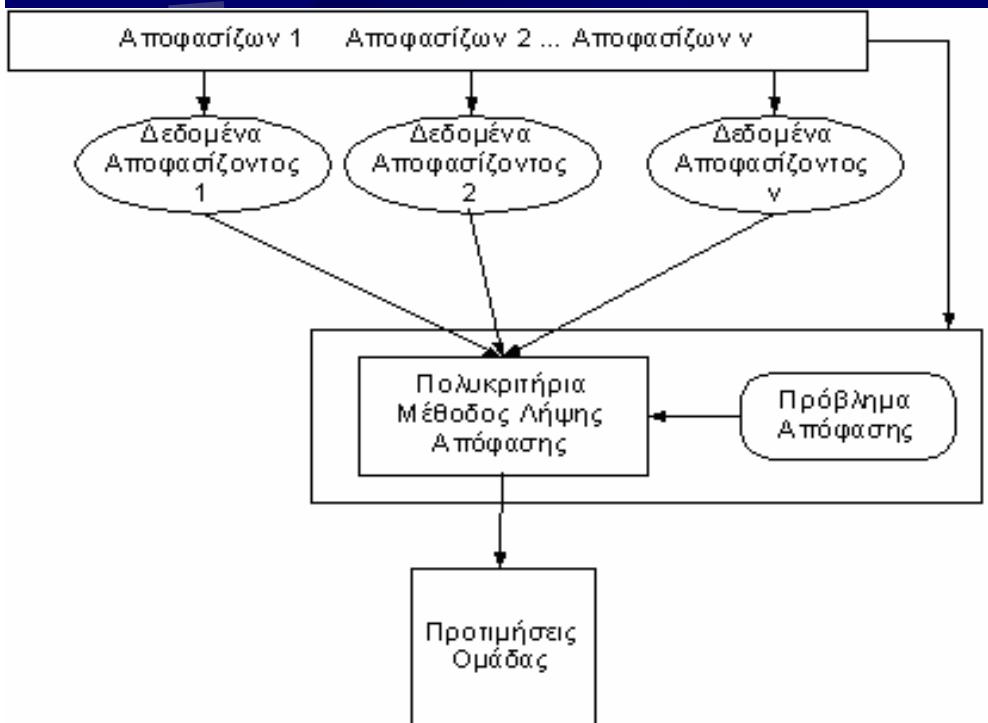


- Τα δεδομένα που θα εισαχθούν στην πολυκριτήρια μέθοδο καθορίζονται από την ομάδα
- Μια μόνο πολυκριτήρια ανάλυση πραγματοποιείται και τα αποτελέσματα της αξιολόγησης των κριτηρίων παρουσιάζονται ως η αξιολόγηση της ομάδας
- Η μέθοδος αυτή είναι η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη σε ομάδες που καλούνται να αποφασίσουν ποια είναι η βέλτιστη λύση μεταξύ πολλών εναλλακτικών
- Τα μέλη της ομάδας συζητούν το πρόβλημα και καταλήγουν σε κοινές προτιμήσεις

# Τύποι ΣΥΣΑ με Πολυκριτήριες Μεθόδους – Τύπος I

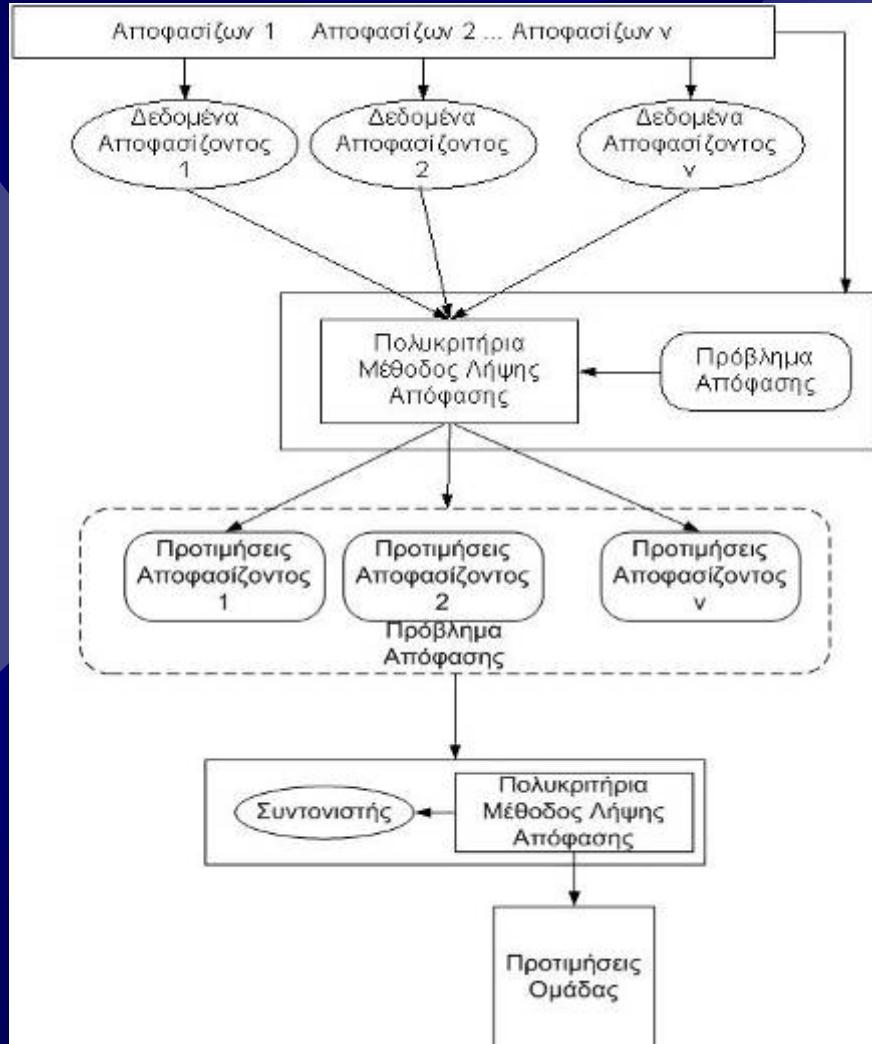
- Στην περίπτωση που θα πραγματοποιηθεί μια πολυκριτήρια υποστήριξη απόφασης, η ομάδα θα πρέπει εκ των προτέρων να επιλέξει ποια μέθοδο θα υλοποιήσει
- Για κάθε δεδομένο εισόδου που απαιτείται τα μέλη της ομάδας θα πρέπει να συζητήσουν και να καταλήξουν σε μια κοινή άποψη
  - Αυτός ο τρόπος εργασίας οδηγεί σε σπατάλη χρόνου και πιθανότατα δημιουργεί ανάμεσα στα μέλη της ομάδας περισσότερες διαφωνίες, από ότι προκαλεί το ίδιο το πρόβλημα που υπάρχει
- Ακόμα και αν γίνουν συζητήσεις, όπως θα έπρεπε, το ερώτημα για το αν το αποτέλεσμα αποτελεί την κοινή γνώμη και κατά πόσο κάθε μέλος βλέπει τις προσωπικές του αντιλήψεις να αντανακλώνται σε αυτό θα είχε αρκετές αρνητικές απαντήσεις
  - Η κριτική που συχνά εκφράζεται έχει δυο σκέλη: από την μια συνήθως θεωρείται ότι κάποιες απόψεις μελών δεν τυγχάνουν της προσοχής που θα έπρεπε και από την άλλη κάποια μέλη δεν εκφράζουν τις πραγματικές θέσεις τους γιατί κάποιος ιεραρχικά ανώτερος είναι στην ομάδα ή γιατί η δυναμική της ομάδας δεν το επιτρέπει
- Η επιλογή της πολυκριτήριας μεθόδου μπορεί επίσης να προκαλέσει διαφωνίες καθώς κάποια μέλη μπορεί να προτιμούν ή απλά να έχουν συνηθίσει συγκεκριμένες μεθόδους
  - Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε αμφισβήτηση της τελικής απόφασης γιατί κάποιο μέλος μπορεί να θεωρεί ότι η χρησιμοποιούμενη μέθοδος είναι λανθασμένη ή πως δεν υλοποιήθηκε σωστά
- Τέλος, κατά την υλοποίηση της πολυκριτήριας μεθόδου τα κριτήρια που θα χρησιμοποιηθούν μπορεί να διαφέρουν από τα κριτήρια κάθε μέλους
  - Ακόμη, τα βάρη των κριτηρίων που θα πρέπει να αποφασιστούν μπορεί να προκαλέσουν επιπρόσθετα προβλήματα και είναι προφανές ότι, όπως και αν καταλήξει η διαδικασία, το τελικό αποτέλεσμα δύσκολα θα γίνει αποδεκτό από όλους

# Τύποι ΣΥΣΑ με Πολυκριτήριες Μεθόδους – Τύπος II



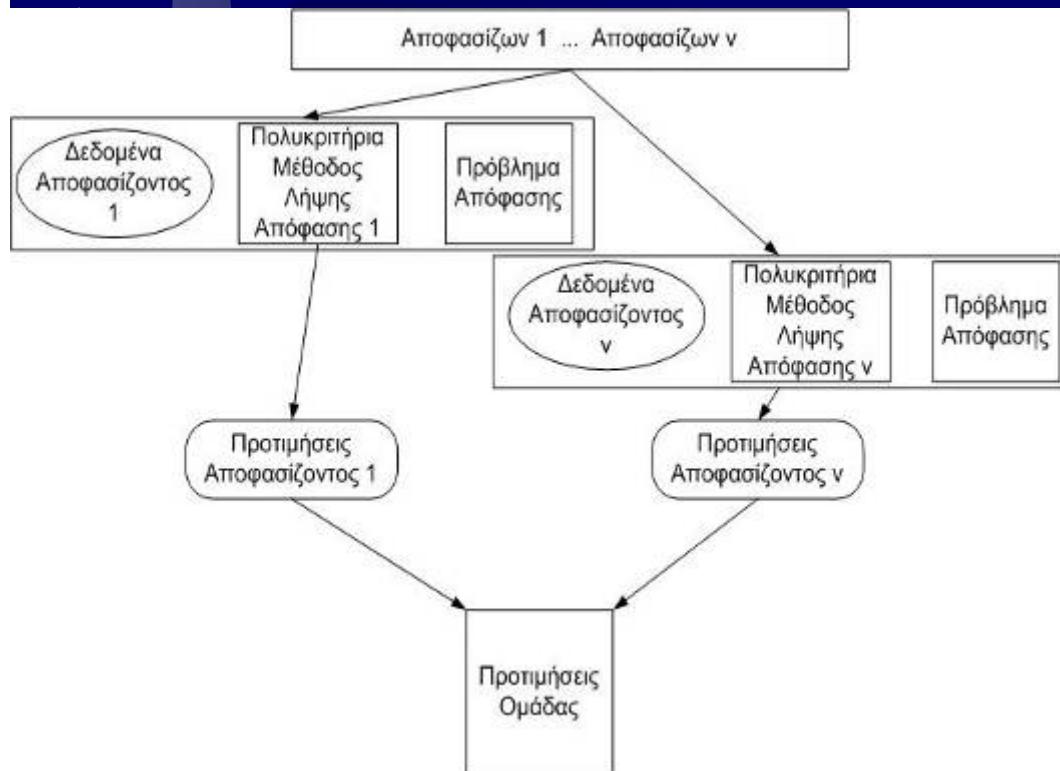
- Τα δεδομένα εισόδου στην μέθοδο είναι ξεχωριστά για κάθε χρήστη
- Οι αποφασίζοντες θα πρέπει εκ των προτέρων να έχουν καταλήξει στο ποια πολυκριτήρια μέθοδος θα χρησιμοποιηθεί
  - (Είναι αδύνατο να γίνει η σύνθεση δεδομένων που έχουν παραχθεί από διαφορετικές μεθόδους)
- Η βελτίωση που παρέχει ο τύπος II συγκριτικά με τον I είναι ότι τα δεδομένα κάθε αποφασίζοντα λαμβάνονται υπόψη ξεχωριστά
- Οι αντιπαραθέσεις όμως δεν επιλύονται καθώς κάποιοι αποφασίζοντες είναι δυνατό να επιθυμούν, για παράδειγμα, ένα διαφορετικό σύνολο κριτηρίων

# Τύποι ΣΥΣΑ με Πολυκριτήριες Μεθόδους – Τύπος III



- Η διαφορά του τύπου III είναι ότι η πολυκριτήρια μέθοδος εφαρμόζεται μέχρι τέλους για τα δεδομένα κάθε αποφασίζοντα και παράγονται έτσι οι προτιμήσεις κάθε αποφασίζοντα
- Ο περιορισμός που υπάρχει είναι ότι όλοι οι αποφασίζοντες θα πρέπει να εφαρμόσουν την ίδια πολυκριτήρια μέθοδο
- Οι προτιμήσεις κάθε αποφασίζοντα συνιστούν ένα νέο πρόβλημα απόφασης
  - Το δευτερεύον πολυκριτήριο πρόβλημα θα επιλυθεί με την ίδια μέθοδο που εφαρμόστηκε και αρχικά για την παραγωγή των προτιμήσεων κάθε αποφασίζοντα
- Προβλήματα είναι δυνατό να προκύψουν με τον καθορισμό των δεδομένων συντονιστή κυρίως όσον αφορά στον συντελεστή βαρύτητας που θα δοθεί σε κάθε αποφασίζοντα

# Τύποι ΣΥΣΑ με Πολυκριτήριες Μεθόδους – Τύπος IV



- Στόχος του τύπου IV είναι να δίνει την δυνατότητα σε κάθε αποφασίζοντα να επιλέγει την πολυκριτήρια μέθοδο και τα κριτήρια που επιθυμεί και να χρησιμοποιεί τα δικά του δεδομένα σε όλη την διαδικασία
- Το μόνο κοινό μεταξύ των αποφασίζοντων σε αυτή την περίπτωση είναι το σύνολο των εναλλακτικών δράσεων
- Οι προτιμήσεις των αποφασίζοντων θα συντεθούν σε μια ομαδική απόφαση χρησιμοποιώντας μια μέθοδο συναίνεσης (consensus)



## Λήψη Ομαδικών Αποφάσεων με τη Μέθοδο AHP

- Δύο προσεγγίσεις που εφαρμόζεται ανάλογα με το αν η ομάδα των αποφασιζόντων είναι συνεργατική ή όχι
  - σύνθεση των ατομικών προτιμήσεων (Aggregation of Individual Judgements)
  - σύνθεση των ατομικών προτεραιοτήτων (Aggregation of Individual Priorities)

## Σύνθεση ατομικών προτιμήσεων (Τύπος II)

- Ο σταθμισμένος γεωμετρικός μέσος των προτιμήσεων δίνεται:
- Όπου  $a_{ij}^{[k]}$  είναι οι προτιμήσεις του  $k$  αποφασίζοντα
- $\beta_k$  το βάρος του  $k$  αποφασίζοντα στην ομάδα με
- Ουσιαστικά κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα τον  $A[G] = (a_{ij}^{[G]})$  ο οποίος προκύπτει από τις συνθέσεις των ατομικών προτιμήσεων του κάθε αποφασίζοντα

$$a_{ij}^{[G]} = \prod_{k=1}^r (a_{ij}^{[k]})^{\beta_k}$$

$$\sum_k \beta_k = 1$$



## Σύνθεση ατομικών προτεραιοτήτων (Τύπος III)

- πρώτα υπολογίζουμε τις σχετικές προτεραιότητες του κάθε αποφασίζοντα για κάθε εναλλακτική ξεχωριστά και στην συνέχεια τις συνθέτουμε για να προκύψουν έτσι οι γενικές προτεραιότητες της ομάδας, σύμφωνα με τον τύπο

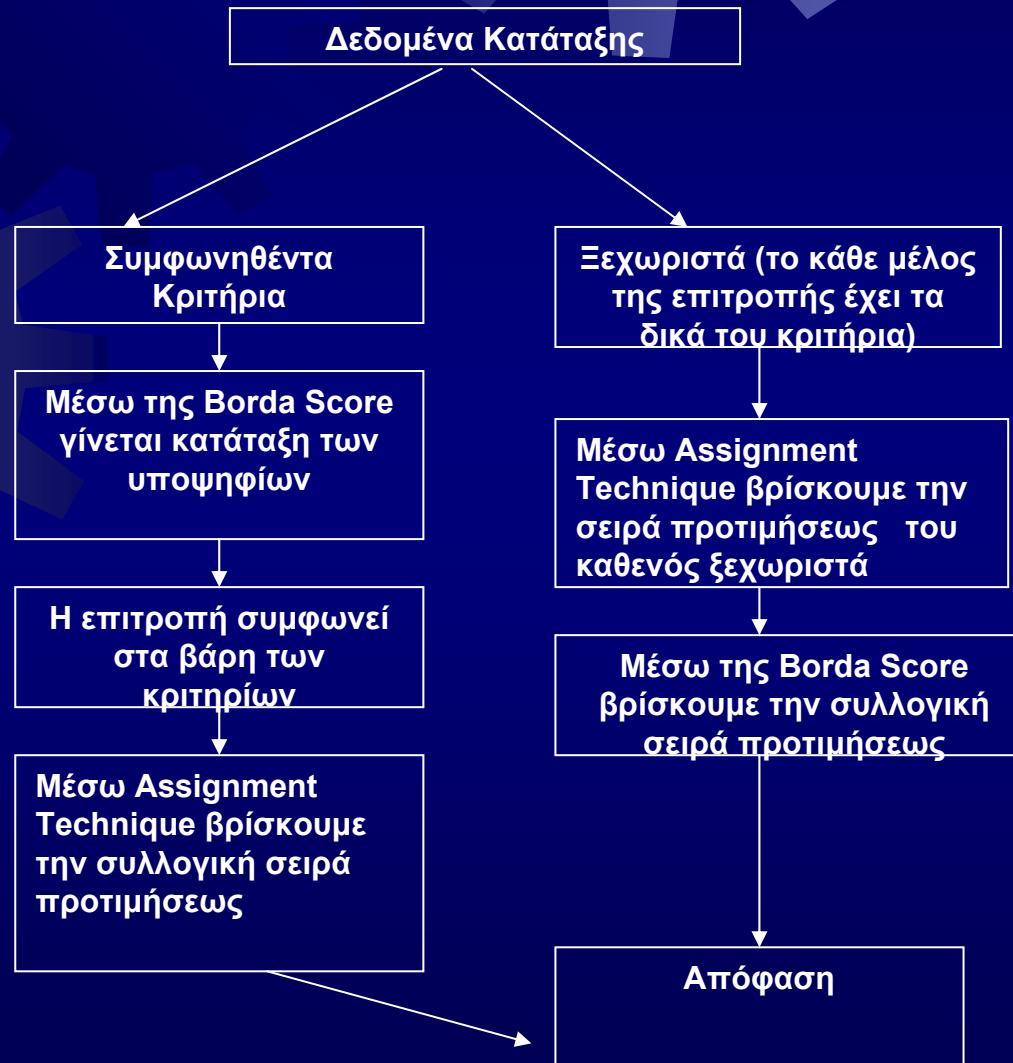
$$w_i^{[G/P]} = \prod_{k=1}^r (w_i^{[k]})^{\beta_k}$$



## Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Ας υποθέσουμε ότι έχουμε:
  - πολλές εναλλακτικές
  - πολλούς αξιολογητές (ψηφοφόρους)
  - πολλά κριτήρια
- Ο κάθε αξιολογητής κατατάσσει τις εναλλακτικές, για κάθε κριτήριο
- Ποιά είναι η συλλογική προτίμηση;

# Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης



# Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Το παράδειγμα αποτελείται από 6 ειδικούς (A), από 5 εναλλακτικές (a) και από 3 κριτήρια (s)

		S1	S2	S3			S1	S2	S3			S1	S2	S3
A 1	a2	5	3	3	A2	a2	3	4	4	A3	a2	3	4	4
	a3	2	1	2		a3	2	2	1		a3	1	1	2
	a4	3	4	4		a4	5	3	5		a4	5	3	5
	a5	4	5	5		a5	4	5	2		a5	4	5	1
	a6	1	2	1		a6	1	1	3		a6	2	2	3
		S1	S2	S3			S1	S2	S3			S1	S2	S3
A4	a2	4	1	3	A5	a2	4	4	4	A6	a2	1	5	5
	a3	2	3	1		a3	1	2	2		a3	3	1	2
	a4	5	4	5		a4	5	5	5		a4	5	4	4
	a5	3	2	4		a5	3	3	2		a5	4	3	3
	a6	1	5	2		a6	2	1	3		a6	2	2	1
		S1	S2	S3			S1	S2	S3			S1	S2	S3

# Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Συγκεντρώνουμε τις προτιμήσεις κατάταξης του κάθε ειδικού για κάθε κριτήριο, ανεξάρτητα. Με κόκκινο οι κατατάξεις των εναλλακτικών ως προς το κριτήριο S1

	S1	S2	S3		S1	S2	S3		S1	S2	S3
A1	a2 5	3	3		a2 3	4	4		a2 3	4	4
A2	a3 2	1	2		a3 2	2	1		a3 1	1	2
A3	a4 3	4	4		a4 5	3	5		a4 5	3	5
A4	a5 4	5	5		a5 4	5	2		a5 4	5	1
A5	a6 1	2	1		a6 1	1	3		a6 2	2	3
A6											
	S1	S2	S3		S1	S2	S3		S1	S2	S3
A4	a2 4	1	3		a2 4	4	4		a2 1	5	5
A5	a3 2	3	1		a3 1	2	2		a3 3	1	2
A6	a4 5	4	5		a4 5	5	5		a4 5	4	4
A7	a5 3	2	4		a5 3	3	2		a5 4	3	3
A8	a6 1	5	2		a6 2	1	3		a6 2	2	1

## Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Βαθμολογούμε τις εναλλακτικές σύμφωνα με τη μέθοδο Borda
- Π.χ., για το κριτήριο S1 έχουμε:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6		A1	A2	A3	A4	A5	A6	
a2	5	3	3	4	4	1		a2	0	2	2	1	1	4
a3	2	2	1	2	1	3		a3	3	3	4	3	4	2
a4	3	5	5	5	5	5		a4	2	0	0	0	0	0
a5	4	4	4	3	3	4		a5	1	1	1	2	2	1
a6	1	1	2	1	2	2		a6	4	4	3	4	3	3

## Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Αθροίζουμε τις γραμμές και παίρνουμε το συνολικό score κάθε εναλλακτικής για κάθε κριτήριο

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	S1
a2	0	2	2	1	1	4	10
a3	3	3	4	3	4	2	19
a4	2	0	0	0	0	0	2
a5	1	1	1	2	2	1	8
a6	4	4	3	4	3	3	21

## Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία και βρίσκουμε τις κατατάξεις των εναλλακτικών ως προς κάθε κριτήριο

S1   a6 a3 a2 a5 a4	S2   a3 a6 a2 a4 a5	S3   a3 a6 a5 a2 a4
---------------------	---------------------	---------------------

## Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Κατασκευάζουμε πίνακα κατατάξεων εναλλακτικών ως προς κάθε κριτήριο ξεχωριστά
- Σε περίπτωση που ισοβαθμήσουν βάζουμε τον αριθμητικό μέσο τους

	S1	S2	S3	
a2	3	3	4	
a3	2	1	1	
a4	5	4,5	5	
a5	4	4,5	3	
a6	1	2	2	

## Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Οι ειδικοί συμφωνούν στην επιλογή των βαρών ( $W_1, W_2, W_3$ ), για παράδειγμα (0.2,0.3,0.5) και στην συνέχεια δημιουργείται ο πίνακας  $G$

	1 st	2 st	3 st	4 st	5 st	
a2	0	0	$w_1+w_2$	$w_3$	0	
a3	$w_2+w_3$	$w_1$	0	0	0	
a4	0	0	0	$1/2 \cdot w_2$	$w_1+w_3+1/2 \cdot w_2$	
a5	0	0	$W_3$	$w_1+1/2 \cdot w_2$	$1/2 \cdot w_2$	
a6	$w_1$	$w_2+w_3$	0	0	0	
	S1	S2	S3	1 st	2 st	3 st
				4 st	5 st	

$G =$ 

a2	3	3	4
a3	2	1	1
a4	5	4,5	5
a5	4	4,5	3
a6	1	2	2

$W_1 \quad W_2 \quad W_3$

0.2     0.3     0.5

$G =$ 

a2	0	0	0.5	0.5	0
----	---	---	-----	-----	---

$a3 \quad 0.8 \quad 0.2 \quad 0 \quad 0 \quad 0$

$a4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.15 \quad 0.85$

$a5 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 0.35 \quad 0.15$

$a6 \quad 0.2 \quad 0.8 \quad 0 \quad 0 \quad 0$

## Συλλογική Απόφαση από Δεδομένα Κατάταξης

- Η τελική κατάταξη γίνεται με assignment technique

	1 st	2 st	3 st	4 st	5 st
a2	0	0	0.5	0.5	0
a3	0.8	0.2	0	0	0
a4	0	0	0	0.15	0.85
a5	0	0	0.5	0.35	0.15
a6	0.2	0.8	0	0	0