



Τμήμα Πληροφορικής  
Πανεπιστήμιο Πειραιώς

## Λογική Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων

### Σύγχρονα Ακολουθιακά Κυκλώματα (Synchronous Sequential Circuits)

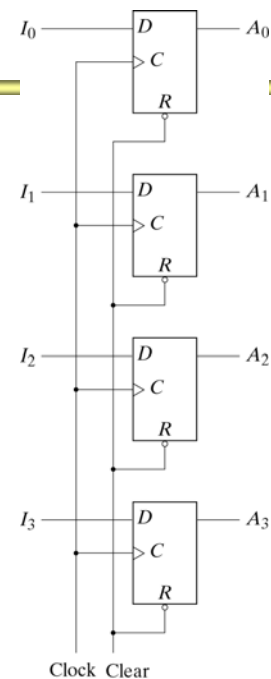
Μιχάλης Ψαράκης

## Είδη ακολουθιακών κυκλωμάτων

- **Καταχωρητής (register)**
  - Ομάδα από **flip-flop**
  - Κάθε flip-flop αποθηκεύει ένα **bit πληροφορίας**
    - Ένας  $n$ -bit καταχωρητής αποτελείται από  $n$  flip-flop τα οποία μπορούν να αποθηκεύσουν  $n$ -bit δυαδική πληροφορία
  - Μπορεί να έχει και **συνδυαστικές πύλες**
    - Εκτελούν λειτουργίες επεξεργασίας δεδομένων
  - Τα flip-flop περιέχουν την πληροφορία και οι πύλες καθορίζουν πως η πληροφορία εισάγεται στον καταχωρητή
- **Μετρητής (counter)**
  - **Καταχωρητής** που περνάει από μια **προκαθορισμένη ακολουθία καταστάσεων**
  - Οι πύλες είναι συνδεδεμένες με τέτοιο τρόπο ώστε να παράγουν την επιθυμητή ακολουθία καταστάσεων

## Καταχωρητής 4-bit

- 4 flip-flop τύπου D
- Η κοινή είσοδος ρολογιού (clock) πυροδοτεί όλα τα flip-flop στην ανοδική ακμή
  - Τα δεδομένα στις 4 εισόδους ( $I_3, I_2, I_1, I_0$ ) μεταφέρονται στην έξοδο ( $A_3, A_2, A_1, A_0$ )
  - Ανά πάσα στιγμή η εσωτερική κατάσταση του καταχωρητή είναι διαθέσιμη στην έξοδο
- Η είσοδος μηδενισμού (clear) συνδέεται με την είσοδο reset των flip-flop
  - Όταν γίνει 0, όλα τα flip-flop μηδενίζονται (ασύγχρονα)
  - Πρέπει να παραμένει στο 1 κατά την κανονική λειτουργία του καταχωρητή

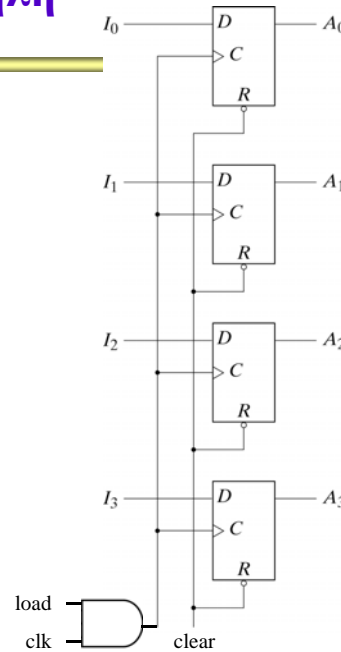


## Συγχρονισμός ψηφιακών συστημάτων

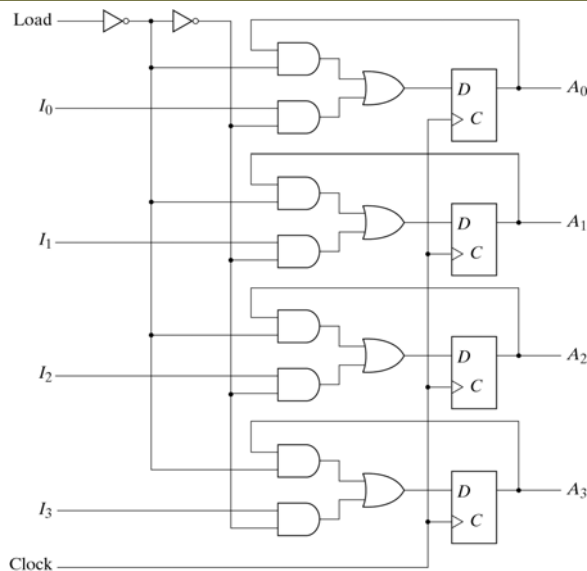
- Τα ψηφιακά συστήματα έχουν μια καθολική γεννήτρια ρολογιού (master clock generator)
  - Παράγει μια συνεχή ακολουθία παλμών
  - Εφαρμόζονται σε όλα τα flip-flop και τους καταχωρητές του συστήματος
  - Το ρολόι λειτουργεί ως «καρδιά» του συστήματος δίνοντας σταθερό ρυθμό σε όλα τα μέρη του συστήματος
- Για να λειτουργεί σωστά το σύστημα πρέπει να είναι συγχρονισμένο
  - Όλοι οι παλμοί του ρολογιού πρέπει να φτάνουν την ίδια στιγμή σε όλα τα σημεία του συστήματος
  - Όλα τα flip-flop πρέπει να πυροδοτούνται ταυτόχρονα

## Καταχωρητής με παράλληλη φόρτωση

- Δεν είναι επιθυμητό να **αλλάξει η κατάσταση** όλων των καταχωρητών σε **κάθε παλμό ρολογιού**
  - Πώς θα καθορίσουμε εάν θα εισάγουμε νέα πληροφορία σε έναν καταχωρητή σε κάποιο παλμό ρολογιού;
    - Φόρτωση (loading) του καταχωρητή
- Για να **διατηρήσουμε** τα περιεχόμενα του καταχωρητή
  - Πρέπει να **αποτρέψουμε** το σήμα ρολογιού να φτάσει στον καταχωρητή
  - **Πύλη επίτρεψης** που ελέγχει το ρολόι
- Αυτή η μέθοδος (**clock gating**) εισάγει πράξεις στους παλμούς του ρολογιού
  - Μπορεί να προκαλέσει **άνισες καθυστερήσεις** στη διάδοση του ρολογιού στα διαφορετικά σημεία του συστήματος
  - Μπορεί να προκαλέσει τον **αποσυγχρονισμό** του συστήματος



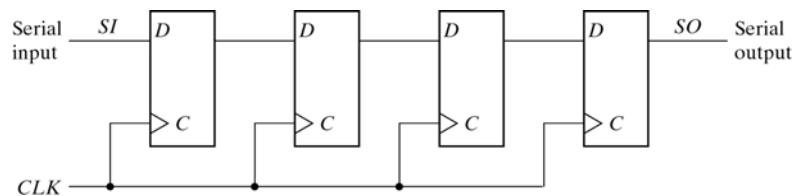
## Καταχωρητής 4-bit με παράλληλη φόρτωση



## Καταχωρητής ολίσθησης

### Καταχωρητής ολίσθησης (shift register)

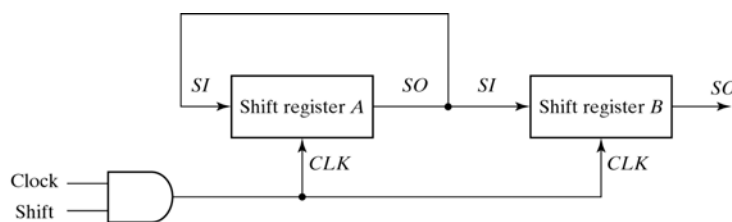
- Καταχωρητής με δυνατότητα ολίσθησης των δυαδικών πληροφοριών προς τα **δεξιά** ή/και προς τα **αριστερά**
- **Αλυσίδα** από flip-flop με την **έξοδο** του κάθε flip-flop να είναι συνδεδεμένη με την **είσοδο** του επόμενου
- Σειριακή είσοδος (serial input, SI):
  - Καθορίζει την πληροφορία που – κατά την ολίσθηση – εισέρχεται στο αριστερότερο flip-flop
- Σειριακή έξοδος (serial output, SO):
  - Η έξοδος του δεξιότερου flip-flop



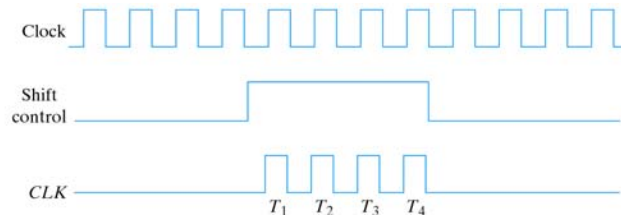
## Παράλληλη/Σειριακή μεταφορά

- Για τη μεταφορά των δυαδικών πληροφοριών από **έναν καταχωρητή προορισμού (A)** σε **έναν καταχωρητή προέλευσης (B)**

- **Παράλληλη μεταφορά:**
  - Όλα τα bit πληροφορίας του A μεταφέρονται στο B σε **έναν παλμό** ρολογιού
- **Σειριακή μεταφορά:**
  - Οι πληροφορίες μεταφέρονται **κατά ένα bit** κάθε φορά μέσω **ολίσθησης** των καταχωρητών A και B προς την ίδια κατεύθυνση

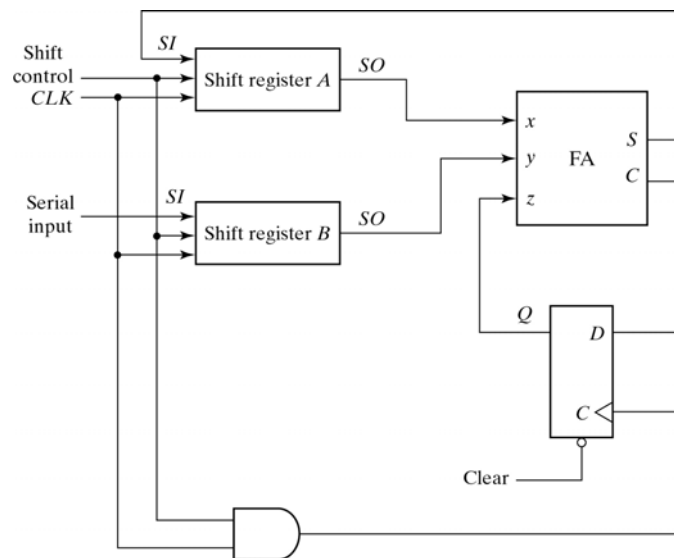


## Σειριακή μεταφορά



| Παλμός ρολογιού         | Καταχωρητής ολίσθησης A | Καταχωρητής ολίσθησης B |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Αρχική τιμή             | 1 0 1 1                 | 0 0 1 0                 |
| Μετά από T <sub>1</sub> | 1 1 0 1                 | 1 0 0 1                 |
| Μετά από T <sub>2</sub> | 1 1 1 0                 | 1 1 0 0                 |
| Μετά από T <sub>3</sub> | 0 1 1 1                 | 0 1 1 0                 |
| Μετά από T <sub>4</sub> | 1 0 1 1                 | 1 0 1 1                 |

## Σειριακή πρόσθεση



## Παράλληλος/Σειριακός αθροιστής

### Παράλληλος αθροιστής

- Χρησιμοποιεί καταχωρητές με **παράλληλη φόρτωση**
- Συνδυαστικό κύκλωμα
- Πλήρους αθροιστές όσα και τα bit των δυαδικών αριθμών

### Σειριακός αθροιστής

- Χρησιμοποιεί καταχωρητές **ολίσθησης**
- Ακολουθιακό κύκλωμα
- Έναν πλήρη αθροιστή

## Σχεδίαση σειριακού αθροιστή με JK flip-flop

| Παρούσα Κατάσταση | Είσοδοι |     | Επόμενη Κατάσταση | Έξοδος | Είσοδοι flip-flop |       |
|-------------------|---------|-----|-------------------|--------|-------------------|-------|
|                   | $x$     | $y$ |                   |        | $J_Q$             | $K_Q$ |
| 0                 | 0       | 0   | 0                 | 0      | 0                 | X     |
| 0                 | 0       | 1   | 0                 | 1      | 0                 | X     |
| 0                 | 1       | 0   | 0                 | 1      | 0                 | X     |
| 0                 | 1       | 1   | 1                 | 0      | 1                 | X     |
| 1                 | 0       | 0   | 0                 | 1      | X                 | 1     |
| 1                 | 0       | 1   | 1                 | 0      | X                 | 0     |
| 1                 | 1       | 0   | 1                 | 0      | X                 | 0     |
| 1                 | 1       | 1   | 1                 | 1      | X                 | 0     |



Εξισώσεις εισόδων

$$J_Q = xy$$

$$K_Q = x'y' = (x+y)'$$

$$S = x \oplus y \oplus Q$$

Πίνακας καταστάσεων

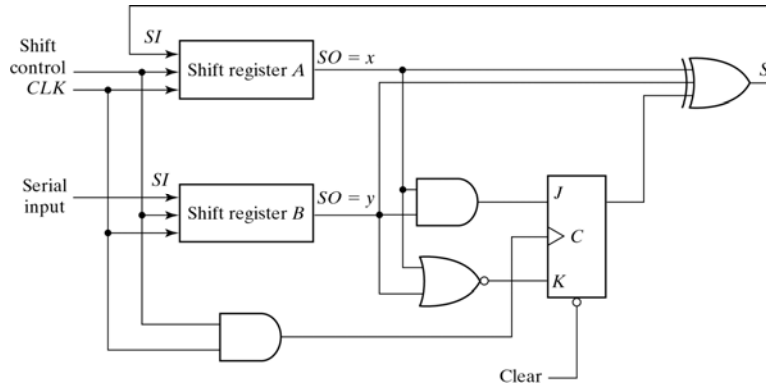
## Σχεδίαση σειριακού αθροιστή με JK flip-flop

Εξισώσεις εισόδων

$$J_Q = xy$$

$$K_Q = x'y' = (x+y)'$$

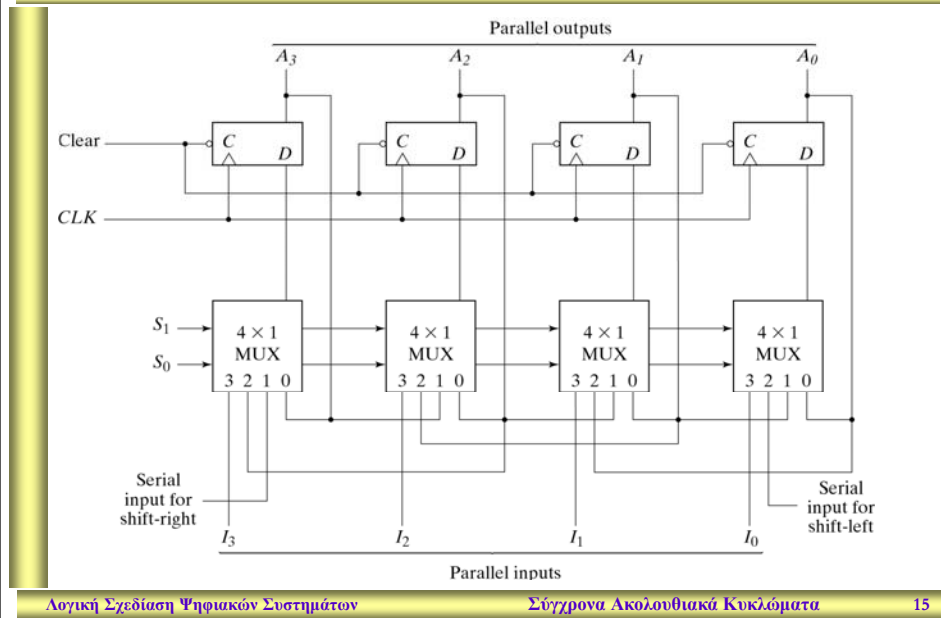
$$S = x \oplus y \oplus Q$$



## Αμφίδρομος καταχωρητής ολίσθησης με παράλληλη φόρτωση

- Σε έναν καταχωρητή ολίσθησης μπορούμε:
  - Να εισάγουμε τα δεδομένα **σειριακά** και να τα **εξάγουμε παράλληλα**
- Εάν ο καταχωρητής ολίσθησης υποστηρίζει παράλληλη φόρτωση μπορούμε:
  - Να εισάγουμε τα δεδομένα **παράλληλα** και να τα **εξάγουμε σειριακά**
- **Μονόδρομος (unidirectional)** καταχωρητής ολίσθησης:
  - Δυνατότητα ολίσθησης μόνο **προς τη μία** κατεύθυνση
- **Αμφίδρομος (bidirectional)** καταχωρητής ολίσθησης:
  - Δυνατότητα ολίσθησης και **προς τις δυο** κατευθύνσεις
- **Οικουμενικός (universal)** καταχωρητής ολίσθησης:
  - **Αμφίδρομος** καταχωρητής ολίσθησης με **παράλληλη φόρτωση**

## Αμφίδρομος καταχωρητής ολίσθησης με παράλληλη φόρτωση



## Μετρητές

- **Μετρητής (counter):**
  - Καταχωρητής που περνάει από μια προκαθορισμένη ακολουθία καταστάσεων
- **Δυαδικός μετρητής (binary counter):**
  - Μετρητής που ακολουθεί τη φυσική αρίθμηση
  - Ένας δυαδικός μετρητής  $n$ -bit αποτελείται από  $n$  flip-flop και μετράει δυαδικά από το 0 έως το  $2^n - 1$
- **Δύο κατηγορίες μετρητών**
  - Μετρητές ριπής (ripple counters)
  - Σύγχρονοι μετρητές (synchronous counters)



## Μετρητές

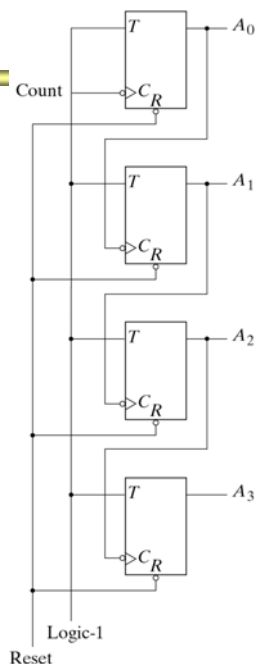
- **Σύγχρονοι μετρητές (synchronous counters):**
  - Μία **κοινή πηγή ρολογιού** συνδέεται στις εισόδους ρολογιού (clock) όλων των flip-flop του μετρητή
- **Μετρητές ριπής (ripple counters):**
  - Η είσοδος ρολογιού (clock) μερικών flip-flop του μετρητή δεν συνδέεται στην πηγή ρολογιού του συστήματος
  - Μερικά flip-flop **δεν πυροδοτούνται** από τους **παλμούς του κοινού ρολογιού** αλλά από τη **μετάβαση** που προκύπτει στις εξόδους άλλων flip-flop

## Δυαδικός μετρητής ριπής

Δυαδική ακολουθία μέτρησης

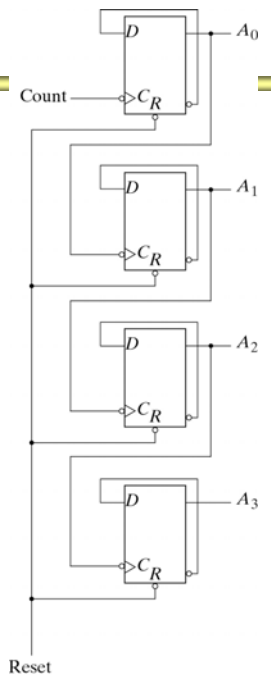
| A3 | A2 | A1 | A0 |
|----|----|----|----|
| 0  | 0  | 0  | 0  |
| 0  | 0  | 0  | 1  |
| 0  | 0  | 1  | 0  |
| 0  | 0  | 1  | 1  |
| 0  | 1  | 0  | 0  |
| 0  | 1  | 0  | 1  |
| 0  | 1  | 1  | 0  |
| 0  | 1  | 1  | 1  |
| 1  | 0  | 0  | 0  |

Δυαδικός μετρητής ριπής  
4-bit με T flip-flop



## Διαδικός μετρητής ριπής

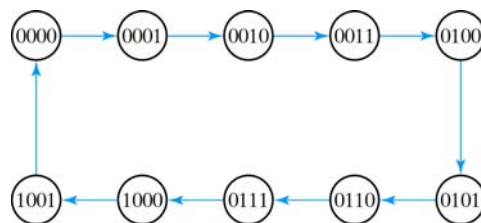
- Πώς υλοποιείται ένας διαδικός μετρητής ριπής με
  - D flip-flop;
  - JK flip-flop;
- Αν χρησιμοποιηθούν θετικά ακμοπυροδότητα flip-flop πώς πρέπει να τροποποιηθεί το κύκλωμα;



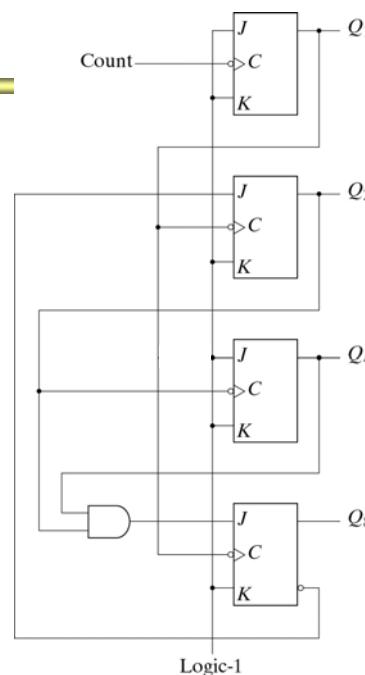
Διαδικός μετρητής ριπής 4-bit με D flip-flop

## Μετρητής ριπής BCD

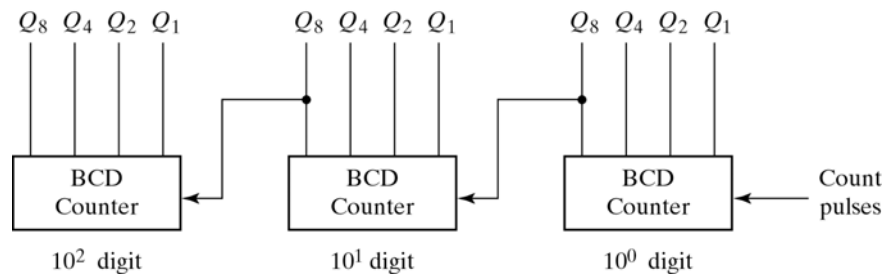
Διάγραμμα καταστάσεων



Μετρητής ριπής BCD με JK flip-flop

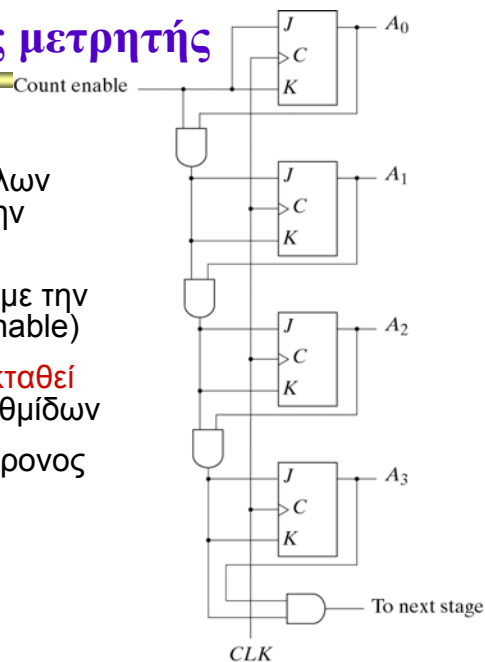


## Δεκαδικός μετρητής BCD 3 δεκαδικών ψηφίων



## Σύγχρονος δυαδικός μετρητής

- Κανονικότητα σχεδίασης
- Οι είσοδοι ρολογιού (clk) όλων των flip-flop συνδέονται στην κοινή πηγή ρολογιού
- Ο μετρητής ενεργοποιείται με την είσοδο επίτρεψης (count enable)
- Ο μετρητής μπορεί να επεκταθεί σε οποιοδήποτε αριθμό βαθμίδων
- Πώς υλοποιείται ένας σύγχρονος δυαδικός μετρητής με
  - T flip-flop;
  - D flip-flop;



### Δυαδικός μετρητής πάνω-κάτω

| Έλεγχος |      | Λειτουργία           |
|---------|------|----------------------|
| Up      | Down |                      |
| 0       | 0    | Δεν μετράει          |
| 0       | 1    | Μέτρηση προς-τα-κάτω |
| 1       | 0    | Μέτρηση προς-τα-πάνω |
| 1       | 1    | Μέτρηση προς-τα-πάνω |

Δυαδικός μετρητής πάνω-κάτω 4-bit

Λογική Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων
Σύγχρονα Ακολουθιακά Κυκλώματα
23

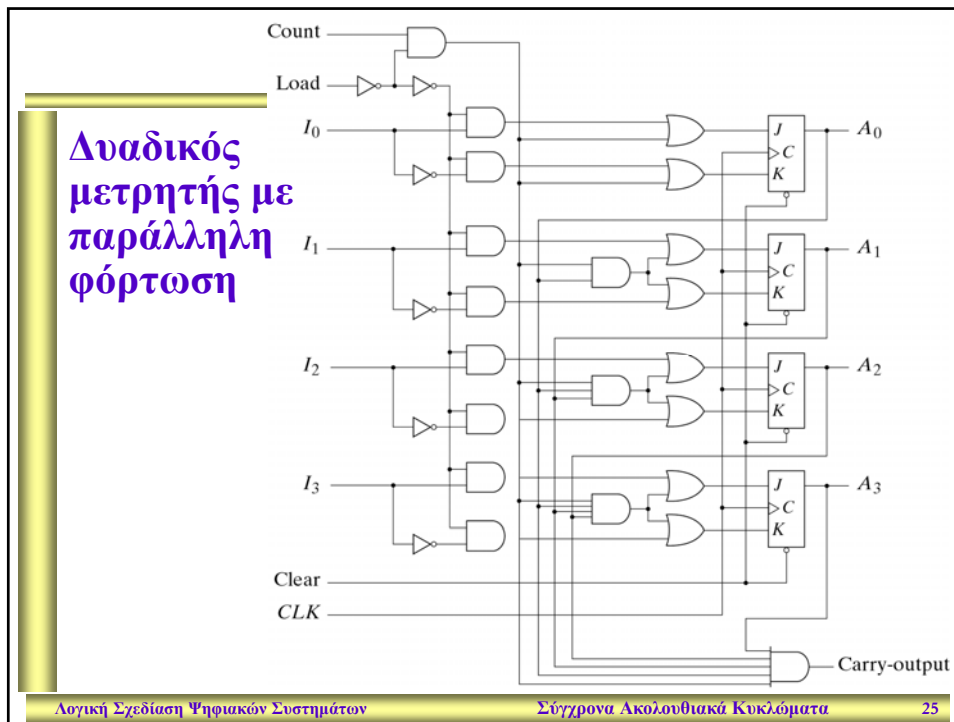
### Δυαδικός μετρητής με παράλληλη φόρτωση

| Clear | CLK | Load | Count | Λειτουργία                    |
|-------|-----|------|-------|-------------------------------|
| 0     | X   | X    | X     | Μηδενισμός                    |
| 1     | ↑   | 1    | X     | Φόρτωση εισόδων               |
| 1     | ↑   | 0    | 1     | Μετάβαση στην επόμενη μέτρηση |
| 1     | ↑   | 0    | 0     | Καμία αλλαγή                  |

Πίνακας λειτουργίας του μετρητή

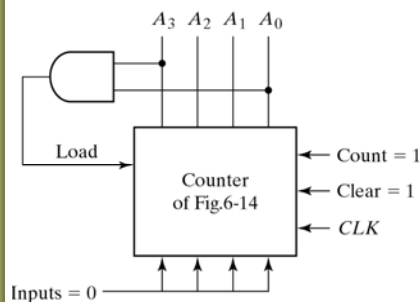
Λογική Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων
Σύγχρονα Ακολουθιακά Κυκλώματα
24

### Δυαδικός μετρητής με παράλληλη φόρτωση

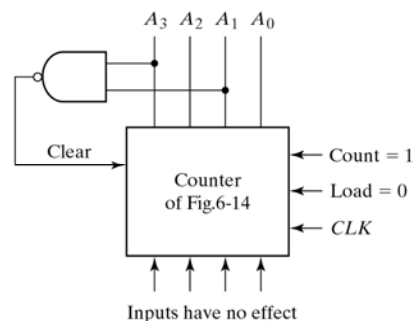


### Χρήση μετρητών με παράλληλη φόρτωση

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα μετρητή με παράλληλη φόρτωση για να παράγουμε μια ακολουθία μέτρησης που αρχίζει και τελειώνει σε τυχαίους αριθμούς
- Παράδειγμα: δύο τρόποι για να κατασκευάσουμε ένα μετρητή BCD



Χρησιμοποιώντας την παράλληλη φόρτωση



Χρησιμοποιώντας τον ασύγχρονο μηδενισμό

### Μετρητής με αχρησιμοποίητες καταστάσεις

- Σχεδιάστε με JK flip-flop ένα μετρητή που παράγει την επαναλαμβανόμενη ακολουθία μετρήσεων: 000, 001, 010, 100, 101, 110

| Παρούσα κατάσταση |   |   | Επόμενη κατάσταση |   |   | Είσοδοι flip-flop |                |                |                |                |                |
|-------------------|---|---|-------------------|---|---|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A                 | B | C | A                 | B | C | J <sub>A</sub>    | K <sub>A</sub> | J <sub>B</sub> | K <sub>B</sub> | J <sub>C</sub> | K <sub>C</sub> |
| 0                 | 0 | 0 | 0                 | 0 | 1 | 0                 | X              | 0              | X              | 1              | X              |
| 0                 | 0 | 1 | 0                 | 1 | 0 | 0                 | X              | 1              | X              | X              | 1              |
| 0                 | 1 | 0 | 1                 | 0 | 0 | 1                 | X              | X              | 1              | 0              | X              |
| 1                 | 0 | 0 | 1                 | 0 | 1 | X                 | 0              | 0              | X              | 1              | X              |
| 1                 | 0 | 1 | 1                 | 1 | 0 | X                 | 0              | 1              | X              | X              | 1              |
| 1                 | 1 | 0 | 0                 | 0 | 0 | X                 | 1              | X              | 1              | 0              | X              |

Πίνακας καταστάσεων

### Μετρητής με αχρησιμοποίητες καταστάσεις

| Παρούσα κατάσταση |   |   | Επόμενη κατάσταση |   |   | Είσοδοι flip-flop |                |                |                |                |                |
|-------------------|---|---|-------------------|---|---|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A                 | B | C | A                 | B | C | J <sub>A</sub>    | K <sub>A</sub> | J <sub>B</sub> | K <sub>B</sub> | J <sub>C</sub> | K <sub>C</sub> |
| 0                 | 0 | 0 | 0                 | 0 | 1 | 0                 | X              | 0              | X              | 1              | X              |
| 0                 | 0 | 1 | 0                 | 1 | 0 | 0                 | X              | 1              | X              | X              | 1              |
| 0                 | 1 | 0 | 1                 | 0 | 0 | 1                 | X              | X              | 1              | 0              | X              |
| 1                 | 0 | 0 | 1                 | 0 | 1 | X                 | 0              | 0              | X              | 1              | X              |
| 1                 | 0 | 1 | 1                 | 1 | 0 | X                 | 0              | 1              | X              | X              | 1              |
| 1                 | 1 | 0 | 0                 | 0 | 0 | X                 | 1              | X              | 1              | 0              | X              |

Πίνακας καταστάσεων



Εξισώσεις εισόδων

$$\begin{aligned}
 J_A &= B & K_A &= B \\
 J_B &= C & K_B &= 1 \\
 J_C &= B' & K_C &= 1
 \end{aligned}$$

## Μετρητής με αχρησιμοποίητες καταστάσεις

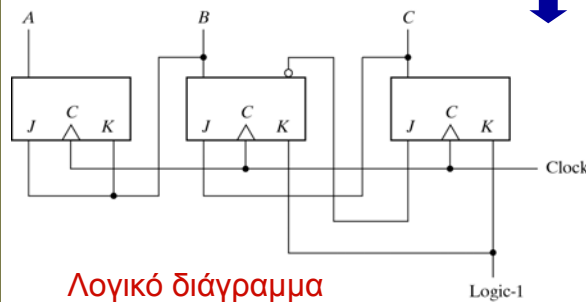
- Ο μετρητής είναι αυτοδιορθούμενος
- Εάν λόγω εξωτερικής παρεμβολής βρεθεί σε μία από τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις, ο παλμός της επόμενης μέτρησης τον επαναφέρει σε μία έγκυρη κατάσταση

Εξισώσεις εισόδων

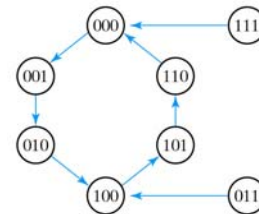
$$J_A = B \quad K_A = B$$

$$J_B = C \quad K_B = 1$$

$$J_C = B' \quad K_C = 1$$



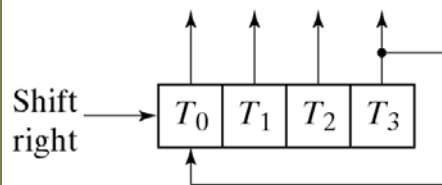
Λογικό διάγραμμα



Διάγραμμα καταστάσεων

## Μετρητής δακτυλίου (ring counter)

- Κυκλικός καταχωρητής ολίσθησης, στον οποίο μόνο ένα flip-flop έχει την τιμή 1 και όλα τα άλλα έχουν τιμή 0



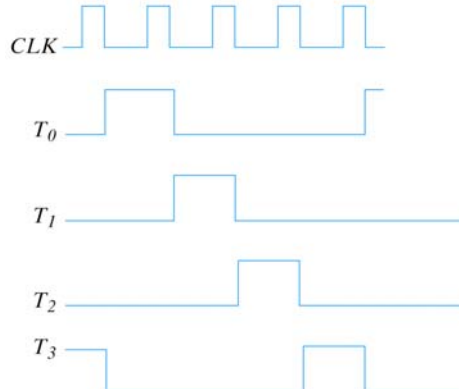
| T0 | T1 | T2 | T3 |
|----|----|----|----|
| 1  | 0  | 0  | 0  |
| 0  | 1  | 0  | 0  |
| 0  | 0  | 1  | 0  |
| 0  | 0  | 0  | 1  |

Ακολουθία μέτρησης  
(αρχική τιμή = 1000)

## Μετρητής δακτυλίου (ring counter)

- Ένας μετρητής δακτυλίου μπορεί να παράγει **σήματα χρονισμού (timing signals)** που ελέγχουν τις λειτουργίες ενός ψηφιακού συστήματος

| T0 | T1 | T2 | T3 |
|----|----|----|----|
| 1  | 0  | 0  | 0  |
| 0  | 1  | 0  | 0  |
| 0  | 0  | 1  | 0  |
| 0  | 0  | 0  | 1  |



## Μετρητής δακτυλίου με αντιστροφή ουράς

- Κυκλικός καταχωρητής ολίσθησης με τη συμπληρωματική έξοδο του τελευταίου flip-flop να είναι συνδεδεμένη με την είσοδο του πρώτου flip-flop
  - Ένας μετρητής δακτυλίου  $k$ -bit παράγει  $k$  διακριτές καταστάσεις
  - Ένας μετρητής δακτυλίου  $k$ -bit με αντιστροφή ουράς παράγει  $2k$  διακριτές καταστάσεις

| A | B | C | E |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

