

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

3η σειρά ασκήσεων

Όνοματεπώνυμο:

Αριθμός μητρώου:

Προθεσμία παράδοσης: Μέχρι και το Σάββατο 25 Ιανουαρίου 2025

Να λυθούν **συνολικά 8** ασκήσεις από τις ενότητες **Θεωρία αριθμών, Διώνυμο του Newton και Άλγεβρα Boole.**

Θεωρία αριθμών:

3.1 (Γραμμικές διοφαντικές εξισώσεις 1)	3.2 (Γραμμικές διοφαντικές εξισώσεις 2)	3.3 (Γραμμικές διοφαντικές εξισώσεις 3)	3.4 (Αντιστροφή modulo n 1)	3.5 (Αντιστροφή modulo n 2)
3.6 (Γραμμικές εξισώσεις ισοτιμιών)	3.7 (Ύψωση σε δύναμη modulo n 1)	3.8 (Ύψωση σε δύναμη modulo n 2)	3.9 (Ύψωση σε δύναμη modulo n 3)	3.10 (Διαίρεση χωρίς υπόλοιπο)

Διώνυμο του Newton:

3.11 (Αθροίσματα διωνύμων 1)	3.12 (Αθροίσματα διωνύμων 2)	3.13 (Τύπος του διωνύμου του Νεύτωνα)		
------------------------------	------------------------------	---------------------------------------	--	--

Άλγεβρα Boole:

3.14 (Απλοποίηση παραστάσεων της Άλγεβρας Boole)	3.15 (Εξισώσεις της Άλγεβρας Boole)	3.16 (Συστήματα της Άλγεβρας Boole)		
--	-------------------------------------	-------------------------------------	--	--

Να χρησιμοποιήσετε αυτήν τη σελίδα ως εξώφυλλο στις ασκήσεις που θα παραδώσετε. Συμπληρώστε το όνοματεπώνυμο και τον ΑΜ και σημειώστε με X τις ασκήσεις που λύσατε.

Στη συνέχεια, σκανάρετε το εξώφυλλο και τα χειρόγρατά σας, σε ένα αρχείο pdf, το οποίο θα παραδώσετε. Οι ασκήσεις μπορούν να παραδοθούν ΜΟΝΟ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ, μόνο σε μορφή ενός αρχείου pdf, μεγέθους το πολύ 12MB, στο email jtas@unipi.gr.

Ο τίτλος του αρχείου πρέπει να είναι `csmath_askhseis3_pXXXXX.pdf`, όπου XXXXX ο αριθμός μητρώου σας.

Η σειρά ασκήσεων είναι προαιρετική και βαθμολογείται με άριστα το 0.5.

3.1 Θεωρία αριθμών

Άσκηση 3.1 (Γραμμικές διοφαντικές εξισώσεις 1).

Να βρεθούν οι λύσεις των γραμμικών διοφαντικών εξισώσεων

(i) $421x + 200y = 99$

(ii) $121x + 70y = 27$

Άσκηση 3.2 (Γραμμικές διοφαντικές εξισώσεις 2).

Να βρεθούν οι λύσεις των γραμμικών διοφαντικών εξισώσεων

(i) $16x + 24y = 96$

(ii) $301x + 651y = 91$

Άσκηση 3.3 (Γραμμικές διοφαντικές εξισώσεις 3).

Να βρεθούν οι λύσεις των γραμμικών διοφαντικών εξισώσεων

(i) $901x + 799y = 1513$

(iii) $15x + 72y + 21z = 9$.

(ii) $31x - 19y = 42$

Άσκηση 3.4 (Αντιστροφή modulo n 1). Να βρεθεί (αν υπάρχει) ο αντίστροφος του a modulo n για κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

(i) $a = 10, n = 21$

(iii) $a = 13, n = 91$.

(ii) $a = 7, n = 37$.

Άσκηση 3.5 (Αντιστροφή modulo n 2). Να βρεθεί (αν υπάρχει) ο αντίστροφος του a modulo n για κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

(i) $a = 8, n = 27$.

(ii) $a = 111, n = 191$

Άσκηση 3.6 (Γραμμικές εξισώσεις ισοτιμιών). Να λυθούν οι εξισώσεις

(i) $2x \equiv 10 \pmod{15}$

(iii) $20x \equiv 1 \pmod{34}$

(ii) $17x \equiv 6 \pmod{55}$

Άσκηση 3.7 (Ύψωση σε δύναμη modulo n 1).

Να βρεθεί ο ελάχιστος φυσικός αριθμός που ικανοποιεί τις εξισώσεις

(i) $x \equiv 2^{33} \pmod{17}$

(iii) $x \equiv 11^{722} \pmod{45}$

(ii) $x \equiv 3^{27} \pmod{7}$

Άσκηση 3.8 (Ύψωση σε δύναμη modulo n 2).

Να βρεθεί ο ελάχιστος φυσικός αριθμός που ικανοποιεί τις εξισώσεις

(i) $x \equiv 13^{1608} \pmod{55}$

(ii) $x \equiv 21^{90} \pmod{100}$

Άσκηση 3.9 (Ύψωση σε δύναμη modulo n 3).

Να βρεθεί ο ελάχιστος φυσικός αριθμός που ικανοποιεί τις εξισώσεις

(i) $x \equiv 70^{100} \pmod{111}$

(ii) $8x \equiv 7^{262} \pmod{27}$.

Άσκηση 3.10 (Διαίρεση χωρίς υπόλοιπο). Να δειχθεί ότι ο 11 διαιρεί τον $13^{99} + 15^{99} + 17^{99}$.

3.2 Διώνυμο του Newton

Άσκηση 3.11 (Αθροίσματα διωνύμων 1).

Να υπολογισθούν τα αθροίσματα:

$$(i) \sum_{k=0}^{3n} \binom{3n}{k} 4^{n-k}.$$

$$(ii) \sum_{k=1}^{2n} \binom{2n+1}{k}.$$

Άσκηση 3.12 (Αθροίσματα διωνύμων 2).

Να υπολογισθούν τα αθροίσματα:

$$(i) \sum_{k=0}^n (9k+7) \binom{n}{k}.$$

$$(ii) \sum_{k=0}^n \frac{9k+13}{k+1} \binom{n}{k}.$$

Άσκηση 3.13 (Τύπος του διωνύμου του Νεύτωνα).

- (i) Να βρεθεί ο συντελεστής του όρου $a^6\beta^8$ στο ανάπτυγμα του αθροίσματος $(a+\beta)^{14}$.
- (ii) Να βρεθεί ο συντελεστής του σταθερού όρου στο ανάπτυγμα της παράστασης $(x + \frac{1}{x^2})^{30}$.
- (iii) Να βρεθεί ο συντελεστής του όρου a^{15} στο ανάπτυγμα του αθροίσματος $(a+\beta)^{100}$.

3.3 Άλγεβρα Boole

Άσκηση 3.14 (Απλοποίηση παραστάσεων της άλγεβρας Boole).

Με χρήση των ιδιοτήτων της άλγεβρας Boole, να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$i) xy' + yz + z'w + x'y'z.$$

$$iii) xyz'w' + y'x + x'w'(z + w'y).$$

$$ii) x(y + xy')(z + yx')(z + y'w) + x'(y + zw')$$

Άσκηση 3.15 (Εξισώσεις της άλγεβρας Boole).

Να λυθούν οι εξισώσεις της Άλγεβρας Boole:

$$i) a'x + by = x + y'.$$

$$ii) axy + bz' = 1.$$

όπου x, y, z είναι οι άγνωστοι και a, b είναι παράμετροι.

Άσκηση 3.16 (Συστήματα της άλγεβρας Boole).

Να λυθούν τα συστήματα της Άλγεβρας Boole:

$$i) \begin{cases} x' + xy' + y' = 0 \\ y + x'y + x = 1. \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} ax' + y' = 1 \\ ay + xy = 1. \end{cases}$$

όπου x, y είναι οι άγνωστοι και a είναι παράμετρος.