

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ: ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5<sup>ο</sup>

Ακαδημαϊκό έτος: 2014-2015

Διδάσκων: Χ. Κωνσταντόπουλος

---

1. Δίνονται  $n$  έργα  $E_1, \dots, E_n$ . Σε κάθε  $E_i$  αντιστοιχεί μία προθεσμία  $d_i > 0$ , που είναι ένας ακέραιος αριθμός χρονικών μονάδων, όπως και ένα κέρδος  $p_i > 0$  το οποίο αποκτάται μόνο αν το έργο εκτελείται εντός της προθεσμίας. Η εκτέλεση οποιουδήποτε ενός έργου απαιτεί μία χρονική μονάδα. Προτείνετε έναν άπληστο αλγόριθμο για να βρείτε ποιά έργα και με ποιά σειρά πρέπει να εκτελεστούν ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό κέρδος.
2. Έστω ότι έχουμε ένα σύνολο αιτημάτων  $\{1, 2, \dots, n\}$  που πρέπει να εκτελεστούν. Σε κάθε αίτημα  $i$  αντιστοιχεί ένα χρονικό διάστημα  $(s_i, f_i)$ . Ένα υποσύνολο αιτημάτων καλείται συμβατό, αν δεν υπάρχει χρονική επικάλυψη μεταξύ δύο οποιωνδήποτε αιτημάτων. Προτείνετε και αναλύστε έναν αλγόριθμο που βρίσκει το μέγιστο συμβατό υποσύνολο αιτημάτων.
3. Υποθέστε ότι στο πρόβλημα 2, έχουμε για κάθε αίτημα ένα ξεχωριστό κόστος  $w$ . Προτείνετε και αναλύστε έναν αλγόριθμο που βρίσκει το συμβατό υποσύνολο αιτημάτων με το μεγαλύτερο κόστος.
4. Έστω ότι κατασκευάζουμε ένα πρόγραμμα αυτόματης μετάφρασης κειμένου από τα Ελληνικά στα Γαλλικά. Αποθηκεύουμε σε ένα δυαδικό δέντρο αναζήτησης όλες τις ελληνικές λέξεις μαζί με την αντίστοιχη γαλλική μετάφραση. Λέξεις των οποίων η μετάφρασή τους δεν είναι γνωστή, δεν είναι αποθηκευμένες στο δυαδικό δέντρο αναζήτησης.  
Έστω ότι είναι γνωστή εκ των προτέρων η πιθανότητα αναζήτησης ενός κλειδιού-λέξης. Πως θα κατασκευάζατε ένα βέλτιστο δυαδικό δέντρο αναζήτησης, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος αναζήτησης όλων των κλειδιών.
5. Έστω ότι θέλουμε να μετατρέψουμε μια συμβολοσειρά  $x[1\dots m]$  ενός κειμένου, σε μία άλλη συμβολοσειρά  $y[1\dots m]$ . Για τη μετατροπή της συμβολοσειράς, διατίθεται ένα σύνολο λειτουργιών μετασχηματισμού που εφαρμόζονται σε ένα χαρακτήρα της συμβολοσειράς. Οι λειτουργίες μετασχηματισμού είναι οι εξής:  
Αντιγραφή  
Αντικατάσταση  
Διαγραφή  
Εισαγωγή  
Αντιστροφή  
Τερματισμός  
Κάθε λειτουργία μετασχηματισμού εφαρμόζεται σειριακά στους χαρακτήρες της αρχικής συμβολοσειράς  $x[1\dots m]$ . Καθώς επίσης κάθε λειτουργία μετασχηματισμού έχει κάποιο αντίστοιχο κόστος. Προτείνετε και αναλύστε ένα αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού που θα βρίσκει την ακολουθία των λειτουργιών μετασχηματισμού που μετατρέπει μία συμβολοσειρά  $x[1\dots m]$  σε μία άλλη συμβολοσειρά  $y[1\dots m]$  με το ελάχιστο κόστος.
6. Διάφορα νομίσματα είναι τοποθετημένα τυχαία στα κελιά ενός  $m \times n$  πλέγματος (ένα νόμισμα σε κάθε κελί). Ένα ρομπότ, με αρχική θέση την πάνω αριστερή γωνία του πλέγματος, πρέπει να συλλέξει όσο το δυνατόν περισσότερα νομίσματα γίνεται και να τα φέρει στην κάτω δεξιά γωνία του πλέγματος. Σε κάθε βήμα, το ρομπότ μπορεί να μετακινηθεί είτε ένα κελί κάτω είτε ένα κελί δεξιά από την τρέχουσα θέση του. Όταν το ρομπότ επισκέπτεται κελί με νόμισμα, το συλλέγει. Σχεδιάστε έναν αλγόριθμο που βρίσκει το μέγιστο αριθμό νομισμάτων που μπορεί ένα ρομπότ να συλλέξει και το μονοπάτι που πρέπει να ακολουθήσει για να το επιτύχει.
7. Έστω ότι μας δίνετε ένα σύνολο εκφράσεων Horn των εξής μορφών:
  - α. Συνεπαγωγικές προτάσεις (implications): των οποίων το αριστερό μέλος είναι μία σύζευξη θετικών όρων και το δεξιό μέλος είναι ένας μεμονωμένος θετικός όρος. Π.χ.:

$$(z \wedge w) \Rightarrow u$$

β. Αμιγώς αρνητικές προτάσεις (pure negative clauses): που αποτελούνται από μία άρνηση ή συζεύξεις πολλών αρνήσεων. Π.χ.:

$$(\bar{z} \vee \bar{w} \vee \bar{u})$$

Δοθέντος του συνόλου προτάσεων των συγκεκριμένων μορφών, προτείνετε ένα αλγόριθμο που αποφασίζει αν υπάρχει ανάθεση τιμών στις μεταβλητές των προτάσεων που ικανοποιεί όλες τις προτάσεις.

8. Σε μία αναπτυσσόμενη περιοχή θέλουμε να αποφασίσουμε που θα τοποθετήσουμε τα δημόσια σχολεία, έτσι ώστε να εξυπηρετούνται όλες οι πόλεις της περιοχής. Θα πρέπει τα σχολεία να τοποθετηθούν σε πόλεις, με τέτοιο τρόπο ώστε κάποιος μαθητής να μη διανύει πάνω από 30 χλμ. ώστε να προσεγγίσει το κοντινότερο σχολείο. Σας δίνεται το σύνολο των πόλεων  $B$  και για κάθε πόλη  $i$  δίνεται το υποσύνολο  $S_i$  με τις πόλεις που απέχουν από την πόλη  $i$  λιγότερο από 30 χλμ. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός σχολείων που πρέπει ιδρυθούν και σε ποιές πόλεις πρέπει να τοποθετηθούν έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί του προβλήματος;