

Χρονικός προγραμματισμός έργων πληροφορικής



Δημήτρης Αποστόλου

Επ. Καθηγητής

Γραφείο 303, Τηλ: 310 4142476

Email: dapost@unipi.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ



1

ΔΙΚΤΥΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

2

ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ

3

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Ρόλος των Δικτύων Δραστηριοτήτων

- Μέσο επικοινωνίας
- Εργαλείο σχεδιασμού
 - Σημαντικό βοήθημα στη διερεύνηση των αλληλεξαρτήσεων μιας προβλεπόμενης διαδικασίας
 - Βεβαιότητα ότι τίποτα σημαντικό δεν έχει παραμεληθεί
- Μηχανισμός ελέγχου
 - Δυναμικός μηχανισμός ελέγχου ενός έργου
 - Συνεχής παρακολούθηση των δραστηριοτήτων
 - Πρόβλεψη πιθανών διαφοροποιήσεων από αρχικές υποθέσεις
 - Τροποποιήσεις του δικτύου

Είδη Δικτύων Δραστηριοτήτων

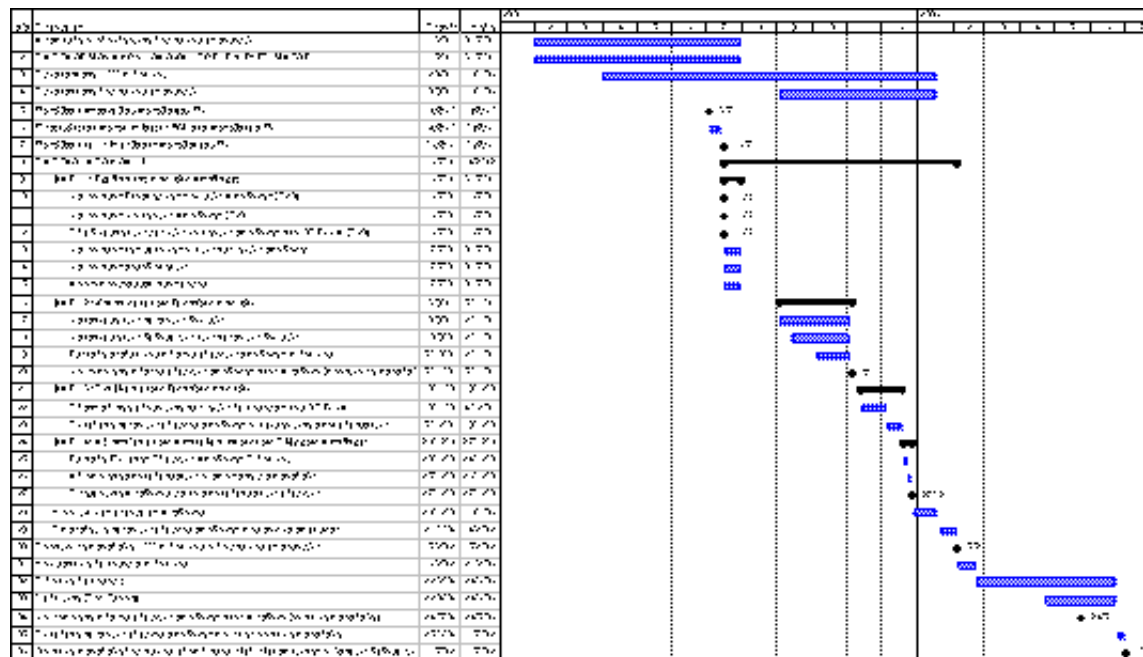
- Χρονικά Αναλογικά Δίκτυα
- Τοξωτό Δίκτυο (ΑΟΑ:Activity On Arrow)
- Κομβικό Δίκτυο (ΑΟΝ:Activity On Node)

Χρονικά Αναλογικά Δίκτυα 1

- Το μήκος του τόξου που αναπαριστά δραστηριότητα, είναι ανάλογο της χρονικής διάρκειας της δραστηριότητας
- Πλεονεκτήματα
 - Γρήγορη εύρεση δραστηριοτήτων που εκτελούνται συγκεκριμένη χρονική στιγμή
 - Καλή εποπτεία της πορείας του έργου
 - Γρήγορη ανίχνευση πιθανών προβλημάτων
- Μειονεκτήματα
 - Ανάγκη συνεχούς επανασχεδιασμού

Χρονικά Αναλογικά Δίκτυα 2

- Διάγραμμα Gantt
 - Κάθε δραστηριότητα αναπαρίσταται με οριζόντια γραμμή με μήκος ανάλογο της χρονικής διάρκειάς της
 - Ροή εκτέλεσης έργου από αριστερά και προς τα κάτω
 - Σήμερα χρησιμοποιείται μόνο σε συνδυασμό με κάποια τεχνική που βασίζεται σε χρονικά μη-αναλογικά δίκτυα

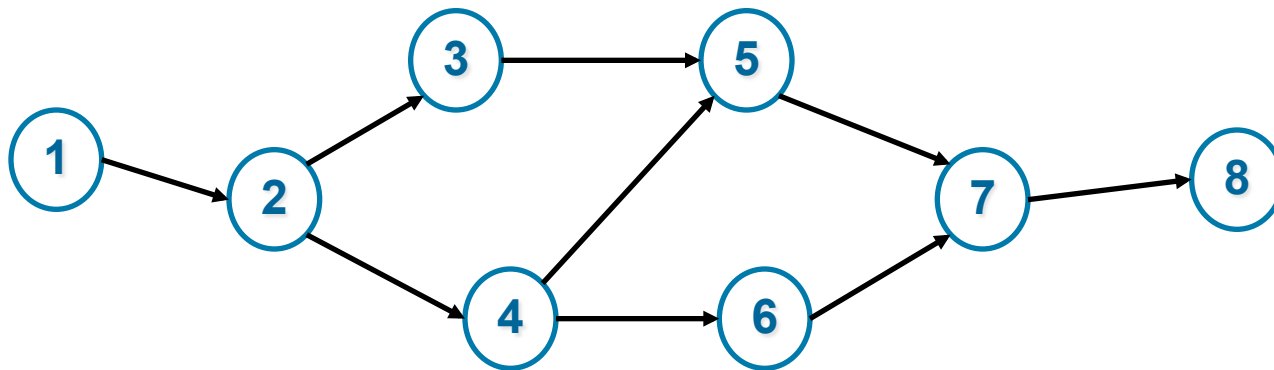


- Γεγονός
 - Εκφράζει αρχή ή τέλος μίας δραστηριότητας ή ομάδας δραστηριοτήτων
 - Δεν καταναλώνει πόρους ή χρόνο
 - Συμβολίζεται με ένα κόμβο στο δίκτυο
 - Οι κόμβοι αριθμούνται συνήθως με διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς για τον προσδιορισμό των γεγονότων κατά σειρά διαδοχής τους

- Δραστηριότητα
 - Κάθε εργασία ενός έργου που απαιτεί χρόνο και πόρους και συνεπάγεται κόστος
 - Έχει μία αρχή και ένα πέρας
 - Έχει πεπερασμένη χρονική διάρκεια
 - Συμβολίζεται στο δίκτυο με ένα τόξο
 - Το μήκος του τόξου δεν έχει καμία φυσική σημασία
 - Αναγνωρίζονται συνήθως από τα γεγονότα αρχής και πέρατος

- Δίκτυο
 - Πεπερασμένο σύνολο από μη επικαλυπτόμενες και μη επαναλαμβανόμενες δραστηριότητες
- Λογική AND/AND
 - Για να πραγματοποιηθεί ένα γεγονός πρέπει να ολοκληρωθούν όλες οι εισερχόμενες δραστηριότητες
 - Όλες οι εξερχόμενες δραστηριότητες αρχίζουν ταυτόχρονα με την πραγματοποίηση του γεγονότος

- Διαδρομή
 - Σύνολο δραστηριοτήτων με γεγονός αρχής την αρχή του έργου και γεγονός πέρατος το πέρας του έργου
- Κλάδος
 - Σύνολο διαδοχικών δραστηριοτήτων μεταξύ δύο γεγονότων
- Παράλληλοι κλάδοι
 - Δύο ή περισσότεροι κλάδοι με κοινά γεγονότα αρχής και πέρατος



Κανόνες – Συμβάσεις τοξωτών δικτύων

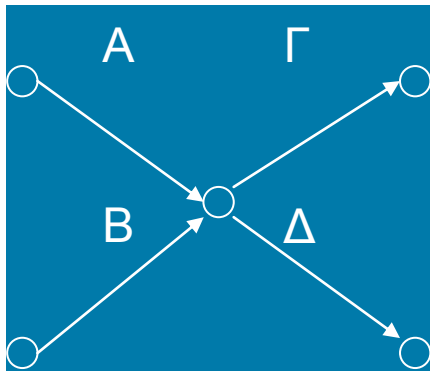
- Κάθε δραστηριότητα παριστάνεται μόνο με ένα βέλος
- Ένα γεγονός συμβαίνει όταν έχουν πραγματοποιηθεί όλες οι δραστηριότητες που οδηγούν στο γεγονός ανεξάρτητα από το χρόνο πέρατός τους
- Μία δραστηριότητα αρχίζει όταν έχει πραγματοποιηθεί το γεγονός αρχής της
- Σε κάθε δίκτυο όλα τα γεγονότα, εκτός από τα γεγονότα αρχής και πέρατος, συνδέονται με προηγούμενα και επόμενα γεγονότα
- Σε κάθε δίκτυο ένα γεγονός πραγματοποιείται μόνο μία φορά

Τύποι Δραστηριοτήτων 1

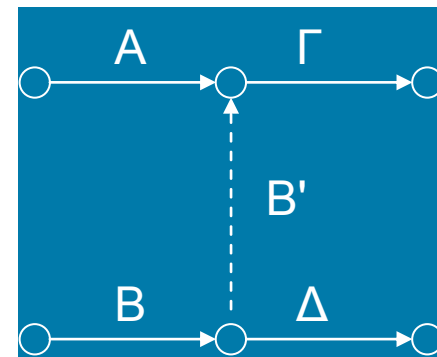
- Πλασματική δραστηριότητα (dummy activity)
 - Χρησιμοποιείται όταν δεν μπορούμε να εκφράσουμε σχέσεις χρονικής εξάρτησης ανάμεσα στις διάφορες δραστηριότητες
 - Δεν απαιτεί χρόνο ή πόρους
 - Παριστάνεται με διακεκομμένη γραμμή

Τύποι Δραστηριοτήτων 2

- Παράδειγμα πλασματικής δραστηριότητας 1
 - Έστω ένα έργο που περιλαμβάνει τέσσερις δραστηριότητες A, B, Γ, και Δ με τους εξής περιορισμούς: η Γ έπεται των A και B, και η Δ έπεται μόνον της B.



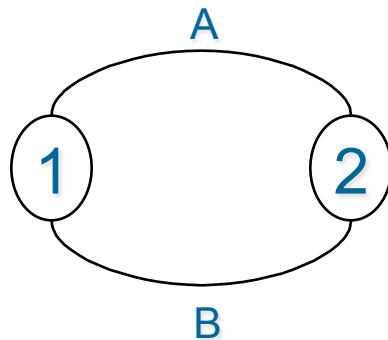
α) Λανθασμένη αναπαράσταση



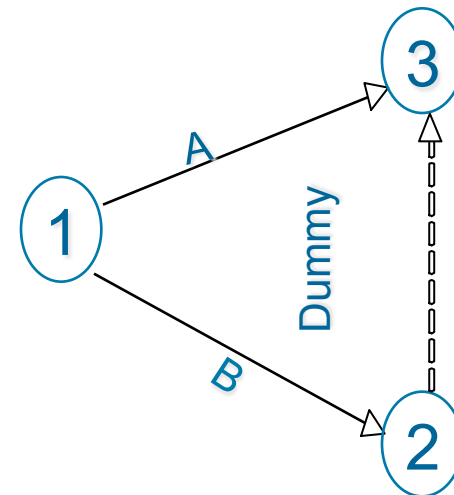
β) Σωστή αναπαράσταση

Τύποι Δραστηριοτήτων 3

- Παράδειγμα πλασματικής δραστηριότητας 2
 - Μία δραστηριότητα χαρακτηρίζεται από το γεγονός αρχής και από το γεγονός πέρατος. Συνεπώς ένα δίκτυο δεν μπορεί να περιλαμβάνει δύο δραστηριότητες με το ίδιο γεγονός αρχής και γεγονός πέρατος. Εάν όμως θέλουμε να διακρίνουμε δύο διαφορετικές δραστηριότητες που έχουν τα ίδια γεγονότα αρχής και πέρατος μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την έννοια της πλασματικής δραστηριότητας



α) Λανθασμένη αναπαράσταση



β) Σωστή αναπαράσταση

Τύποι Δραστηριοτήτων 4

- Τεχνητή δραστηριότητα (artificial activity)
 - Δραστηριότητα που απαιτεί μόνο χρόνο (και όχι πόρους)
 - Παράδειγμα αποτελεί η δραστηριότητα «αναμονή παραγγελίας»
 - Συμβολίζεται σαν κανονική δραστηριότητα

Ορισμοί Κομβικών Δικτύων

- Εδώ, οι κορυφές είναι οι δραστηριότητες και στα τόξα υπάρχει η σχέση των δύο δραστηριοτήτων, σύμφωνα με τον τύπο:



Ορισμοί Κομβικών Δικτύων

!"#\$%	&'()*	+,-./\$%
F to F	$FF(x,y)=a$	Το τέλος της y θα γίνει a χρονικές μονάδες μετά (πριν) το τέλος της x
S to S	$SS(x,y)=b$	Η έναρξη της y θα γίνει b χρονικές μονάδες μετά (πριν) την έναρξη της x
S to F	$SF(x,y)=c$	Το τέλος της y θα γίνει c χρονικές μονάδες μετά (πριν) την έναρξη της x
F to S	$FS(x,y)=d$	Η έναρξη της y θα γίνει d χρονικές μονάδες μετά (πριν) το τέλος της x

Παραδείγματα:

- $SS(10,20)=0$, οι δραστηριότητες 10 και 20 αρχίζουν μαζί
- $FF(7,9)=-7$, η 9 θα τελειώσει 7 χρονικές μονάδες πριν το τέλος της 7
- $SF(30,40)=1$, η 40 θα τελειώσει 1 χρονική μονάδα μετά την αρχή της δραστηριότητας 30

Κατασκευή Δικτύων

- Ανάλυση εργασιών
 - Το έργο αναλύεται στις επιμέρους εργασίες που το συνθέτουν
 - Ο αριθμός των δραστηριοτήτων στις οποίες αναλύεται το έργο είναι συνάρτηση
 - Του επιδιωκόμενου βαθμού λεπτομέρειας
 - Του μεγέθους του έργου
 - Του απαιτούμενου βαθμού ελέγχου
 - Της κατανομής διοικητικών και τεχνικών ευθυνών
- Χρονική ιεράρχηση εργασιών
 - Καθορίζεται η χρονική αλληλεξάρτηση των δραστηριοτήτων
- Κατασκευή πίνακα αλληλεξαρτήσεων
 - Καταρτίζεται πίνακας με τις δραστηριότητες ταξινομημένες και αριθμημένες
- Χρονική διάρκεια δραστηριοτήτων
 - Προσδιορίζεται η χρονική διάρκεια κάθε δραστηριότητας

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1

ΔΙΚΤΥΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ



2

ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Χρονική επίλυση δικτύων με τη μέθοδο CPM

- Χρονική διάρκεια δραστηριότητας
 - Γνωστή και σταθερή (εμπειρία από αντίστοιχα έργα)
- Προσδιορισμός του πότε μπορεί να εκτελεστεί κάθε μία από τις δραστηριότητες του έργου, δηλ. προσδιορισμός
 - Νωρίτερου και αργότερου χρόνου κάθε γεγονότος
 - Νωρίτερου και αργότερου χρόνου αρχής και τέλους των δραστηριοτήτων
 - Κρίσιμων και μη κρίσιμων δραστηριοτήτων
 - Κρίσιμης διαδρομής
 - Χρονικών περιθωρίων κάθε δραστηριότητας

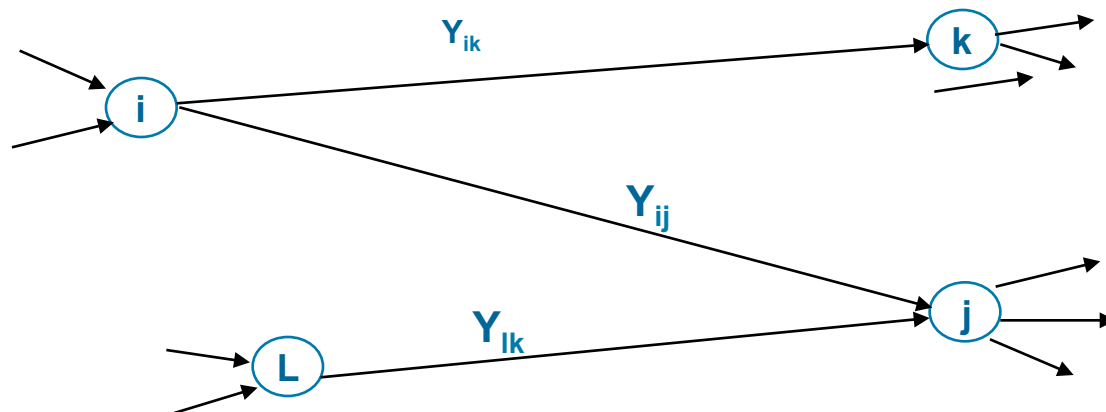
Έννοιες στη CPM

Έννοια	Αναφέρεται σε	Σύμβολο
Νωρίτερος αναμενόμενος χρόνος έναρξης	Δραστηριότητα	EES
Νωρίτερος αναμενόμενος χρόνος πέρατος	Δραστηριότητα	EEC
Βραδύτερος επιτρεπτός χρόνος έναρξης	Δραστηριότητα	LAS
Βραδύτερος επιτρεπτός χρόνος πέρατος	Δραστηριότητα	LAC
Νωρίτερος χρόνος	Γεγονός	T_i^E
Βραδύτερος χρόνος	Γεγονός	T_i^L
Συνολικό περιθώριο	Δραστηριότητα	TF_{ij}
Ελεύθερο περιθώριο	Δραστηριότητα	FF_{ij}
Ανεξάρτητο περιθώριο	Δραστηριότητα	IF_{ij}
Κρίσιμη	Δραστηριότητα	min TF

- Νωρίτερος χρόνος γεγονότος (T_iE)
 - Το ελάχιστο αναγκαίο ποσό χρόνου που απαιτείται για να συμβεί το γεγονός αυτό
- Βραδύτερος χρόνος γεγονότος (T_iL)
 - Η μέγιστη χρονική διάρκεια που έχουμε στη διάθεσή μας για να συμβεί το γεγονός αυτό, χωρίς να αυξηθεί η διάρκεια του έργου

$$T_jE = \max [(T_iE + Y_{ij}), (T_kE + Y_{ik}), \dots]$$

$$T_iL = \min [(T_jL - Y_{ij}), (T_kL - Y_{ik}), \dots]$$



- Νωρίτερος χρόνος έναρξης δραστηριότητας (EES)
 - Η νωρίτερη χρονική στιγμή που μπορεί να ξεκινήσει η εκτέλεση μιας δραστηριότητας
 - Ισούται με το νωρίτερο χρόνο του γεγονότος αρχής

$$EES = TiE$$

- Νωρίτερος χρόνος πέρατος δραστηριότητας (EEC)
 - Η νωρίτερη χρονική στιγμή που μπορεί να τελειώσει μια δραστηριότητα
 - Ισούται με το άθροισμα του νωρίτερου χρόνου του γεγονότος αρχής και τη διάρκεια της δραστηριότητας

$$EEC = TiE + Y_{ij}$$



- Βραδύτερος χρόνος έναρξης δραστηριότητας (LAS)
 - Η βραδύτερη χρονική στιγμή που μπορεί να ξεκινήσει η εκτέλεση μιας δραστηριότητας
 - Ισούται με τη διαφορά του βραδύτερου χρόνου του γεγονότος πέρατος μείον τη διάρκεια της δραστηριότητας

$$LAS = T_{jL} - Y_{ij}$$

- Βραδύτερος χρόνος πέρατος δραστηριότητας (LAC)
 - Η βραδύτερη χρονική στιγμή που μπορεί να τελειώσει μια δραστηριότητα
 - Ισούται με το βραδύτερο χρόνο του γεγονότος πέρατος

$$LAC = T_{jL}$$



- Συνολικό περιθώριο (Total Float – TF)
 - Η περίσσεια χρόνου που υπάρχει για μία δραστηριότητα αν όλες οι προηγούμενες ολοκληρωθούν το νωρίτερο δυνατό και όλες οι επόμενες ξεκινήσουν το αργότερο δυνατό.

$$TF_{ij} = T_{jL} - T_{iE} - Y_{ij}$$

- Ελεύθερο περιθώριο (Free Float – FF)
 - Η περίσσεια χρόνου που υπάρχει για μία δραστηριότητα αν όλες οι προηγούμενες ολοκληρωθούν το νωρίτερο δυνατό και όλες οι επόμενες ξεκινήσουν το νωρίτερο δυνατό.

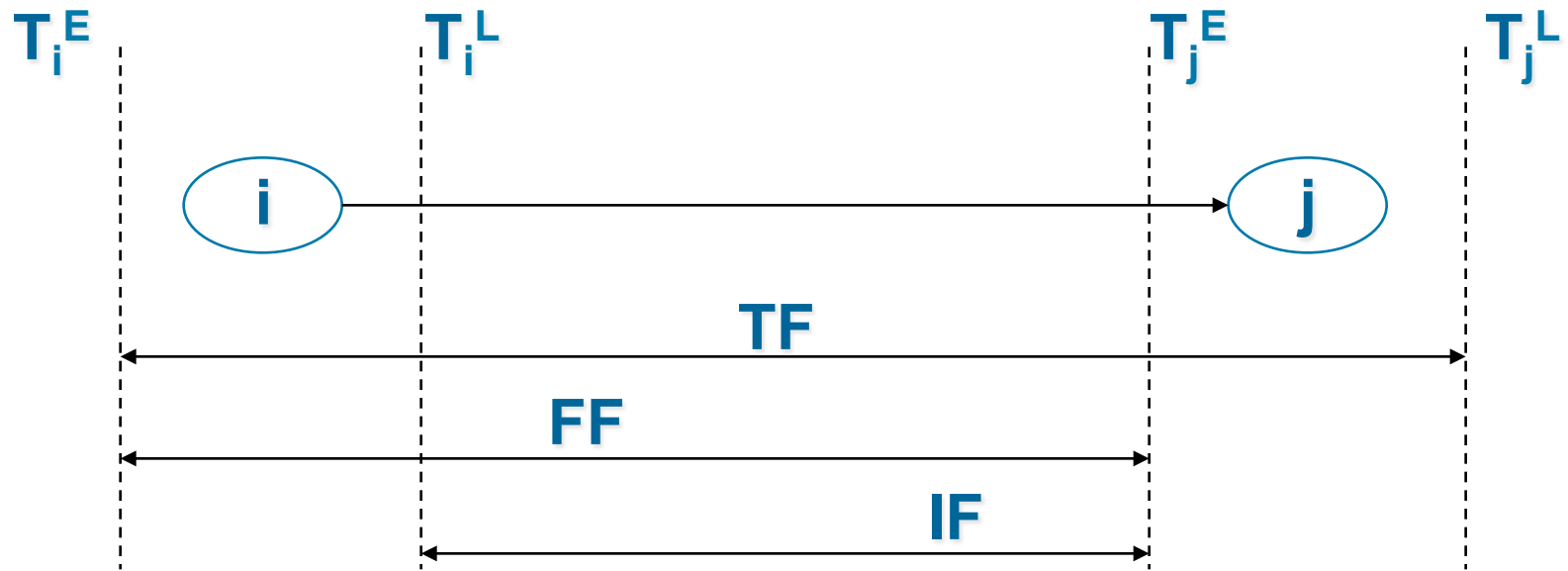
$$FF_{ij} = T_{jE} - T_{iE} - Y_{ij}$$

- Ανεξάρτητο περιθώριο (Independent Float – IF)
 - Η περίσσεια χρόνου που υπάρχει για μία δραστηριότητα αν όλες οι προηγούμενες ολοκληρωθούν το αργότερο δυνατό και όλες οι επόμενες ξεκινήσουν το νωρίτερο δυνατό.

$$IF_{ij} = T_{jE} - T_{iL} - Y_{ij}$$

Χρονικά περιθώρια σε τοξωτά δίκτυα

2



Ορισμοί Εννοιών σε κομβικά δίκτυα1



Νωρίτεροι Χρόνοι:

$$\begin{aligned} EES_j &= EES_i + SS(i,j), \text{ για σχέση SS} \\ &= EEC_i + FS(i,j), \text{ για σχέση FS} \\ &= EES_i + SF(i,j) - Y_j, \text{ για σχέση SF} \\ &= EEC_i + FF(i,j) - Y_j, \text{ για σχέση FF} \end{aligned}$$

$$EEC_i = EES_i + Y_i$$

Λαμβάνεται το μέγιστο EES_j

Βραδύτεροι Χρόνοι:

$$\begin{aligned} LAC_i &= LAS_j - SS(i,j) + Y_i, \text{ για σχέση SS} \\ &= LAS_j - FS(i,j), \text{ για σχέση FS} \\ &= LAC_j - SF(i,j) + Y_i, \text{ για σχέση SF} \\ &= LAC_j - FF(i,j), \text{ για σχέση FF} \end{aligned}$$

$$LAS_i = LAC_i - Y_i$$

Λαμβάνεται το ελάχιστο LAC_i

Ορισμοί Εννοιών σε κομβικά δίκτυα2

Συνολικό Περιθώριο: $TF_i = LAC_i - EES_i - Y_i$

Ελεύθερο Περιθώριο:

$$FF_i = EES_j - EES_i - SS(i,j), \text{ για σχέση } SS$$

$$= EES_j - EEC_i - FS(i,j), \text{ για σχέση } FS$$

$$= EES_j - EEC_i - SF(i,j) + Y_j, \text{ για σχέση } SF$$

$$= EES_j - EEC_i - FF(i,j) + Y_j, \text{ για σχέση } FF$$

Σε περίπτωση συνδέσεων με πολλές δραστηριότητες j , λαμβάνεται το ελάχιστο FF_i

Κρίσιμη δραστηριότητα – Κρίσιμη διαδρομή

- Κρίσιμη δραστηριότητα
 - Η δραστηριότητα της οποίας το συνολικό περιθώριο είναι το ελάχιστο δυνατό.
 - Πρέπει να γίνονται σε τακτούς χρόνους και δεν επιδέχονται χρονικές μετατοπίσεις
- Κρίσιμη διαδρομή
 - Διαδρομή του δικτύου που αποτελείται μόνο από κρίσιμες δραστηριότητες
 - Είναι δυνατόν να υπάρχουν περισσότερες από μία κρίσιμες διαδρομές.

Επίλυση δικτύου

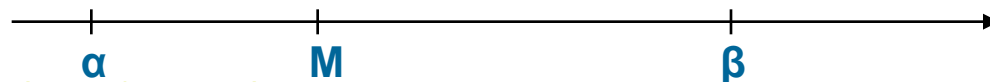
- Ευθεία επίλυση δικτύου
 - Υπολογισμός των νωρίτερων χρόνων για κάθε γεγονός (TiE) και/ή των νωρίτερων χρόνων έναρξης και πέρατος κάθε δραστηριότητας (EES και EEC)
- Αντίστροφη επίλυση δικτύου
 - Υπολογισμός των βραδύτερων χρόνων για κάθε γεγονός και κάθε δραστηριότητα (TiL, LAS και LAC)

Μέθοδος PERT

- Με τη μέθοδο PERT αίρεται ο περιορισμός της μεθόδου CPM για γνωστή και σταθερή διάρκεια των δραστηριοτήτων
 - Π.χ. Στα ερευνητικά έργα δεν υπάρχει εμπειρία για τις δραστηριότητες και συνεπώς η διάρκειά τους δεν μπορεί να θεωρηθεί σταθερή και γνωστή εκ των προτέρων.
- Η μέθοδος PERT δίνει τη δυνατότητα
 - Να ληφθεί υπόψη η στοχαστική φύση της διάρκειας των δραστηριοτήτων ενός έργου
 - Να υπολογιστεί η πιθανότητα ολοκλήρωσης ενός έργου σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα και
 - Να υπολογιστεί η συνολική διάρκεια ολοκλήρωσης ενός έργου με βεβαιότητα π.χ. 90%

Χρονική κατανομή

- Στην PERT οι διάρκειες των δραστηριοτήτων θεωρούνται ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές
 - Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ακολουθεί την κατανομή β
 - Σε κάθε δραστηριότητα αντιστοιχούμε τρεις χρόνους
 - Ελάχιστο ή αισιόδοξο
 - Συντηρητικό ή πλέον πιθανό
 - Μέγιστο ή απαισιόδοξο
- Χαρακτηριστικά της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας
 - Ορίζεται σε μη αρνητικό διάστημα
 - Συνεχής
 - Αυξάνει από τον απαισιόδοξο χρόνο μέχρι το συντηρητικό και κατόπιν μειώνεται μέχρι μέχρι τον αισιόδοξο
 - Έχει μοναδιαία μέγιστη τιμή



Χρονική κατανομή

- Αναμενόμενη τιμή χρονικής διάρκειας δραστηριότητας

$$E(t) = \frac{a + 4M + \beta}{6} = \frac{1}{3} \left(2M + \frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

- Τυπική απόκλιση αναμενόμενης τιμής

$$\sigma_t = \frac{\beta - \alpha}{6}$$

- Η αναμενόμενη τιμή μπορεί να θεωρηθεί
 - Ο σταθμισμένος μέσος όρος της συντηρητικής τιμής M και του μέσου του εύρους $(\alpha + \beta)/2$ με βάρη 2 και 1 αντίστοιχα

Υπολογισμός πιθανοτήτων

- Η συνολική χρονική διάρκεια ενός έργου είναι

$$T = \sum T_e$$

όπου t_e είναι οι χρόνοι των κρίσιμων δραστηριοτήτων

- Με την παραδοχή ότι
 - Οι κρίσιμες δραστηριότητες είναι στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους, θα έχουμε ότι η διακύμανση της κρίσιμης διαδρομής είναι

$$\sigma_T^2 = \sum \sigma_{T_e}^2$$

- Ο συνολικός χρόνος του έργου θα ακολουθεί την κανονική κατανομή με παραμέτρους

$$m_T = T \quad \text{και} \quad \sigma_T = \sqrt{\sum \sigma_{T_e}^2}$$

- Για τον υπολογισμό της πιθανότητας το έργο να ολοκληρωθεί σε χρόνο T_x χρησιμοποιούμε τους πίνακες της ανοιγμένης κανονικής κατανομής με βοηθητική μεταβλητή

$$Z = \frac{T_x - T}{\sigma_T}$$

Επίλυση δικτύου με PERT

- Σχεδιάζουμε το δίκτυο
- Υπολογίζουμε τα $E(T_{ij})$ και σT_{ij}
- Με τις τιμές $E(T_{ij})$ επιλύουμε το δίκτυο όπως και με τη μέθοδο CPM
- Βρίσκουμε κρίσιμη διαδρομή και σT
 - Αν υπάρχουν περισσότερες από μία κρίσιμες διαδρομές, τότε σαν τυπική απόκλιση του χρόνου πέρατος του έργου θεωρούμε τη μεγαλύτερη τυπική απόκλιση που προκύπτει από τις κρίσιμες διαδρομές
- Με χρήση της μεταβλητής Z και των πινάκων ανηγμένης κανονικής κατανομής υπολογίζουμε όποιες πιθανότητες τυχόν ζητούνται

Παρατηρήσεις 1

- Πολυπλοκότητα
 - Δυστυχώς στη ΔΕΠ δεν επαρκούν οι γνωστές σχέσεις SS/FF/FS/SF.
 - Υπάρχουν επιπρόσθετοι χρονικοί περιορισμοί, όπως :
 - Start/Finish as soon/late as Possible
 - Start/Finish no earlier/later than x
 - Must Start/Finish on y
- Σύνθεση
 - Στη ΔΕΠ συμφέρει ο χρονοπρογραμματισμός να είναι η σύνθεση των χρονικών προγραμματισμών των φάσεων, αν και προκύπτει μεγαλύτερο κόστος.

Παρατηρήσεις 2

- Αβεβαιότητα
 - Η μέθοδος PERT σχεδόν επαρκεί για ομαλούς χώρους δεδομένων, ενώ είναι ολότελα άχρηστη σε δυναμικούς ανώμαλους χώρους δεδομένων (Irregular Dynamic Data Areas). Σε IDDA πρέπει να βρεθεί ο χάρτης κινδύνου των δραστηριοτήτων και να σταθμισθούν όλα τα δυνατά σενάρια.
- Ρευστότητα
 - Αν οι χρηματικές ροές γίνονται με χρονική ομοιογένεια, τότε συμφέρει να εφαρμόζονται οι ενωρίτεροι χρόνοι έναρξης των δραστηριοτήτων.
 - Αν όμως οι σημαντικές πληρωμές είναι προς το τέλος του Έργου, τότε συμφέρει να εφαρμοσθούν οι αντίστοιχοι βραδύτεροι χρόνοι έναρξης.

Παρατηρήσεις 3

- Πόροι
 - Άνθρωποι και Υλικό πρέπει να είναι διαθέσιμα στις απαιτούμενες χρονικές στιγμές.
 - Μια σειριακή αντιμετώπιση ελαχιστοποιεί το κόστος των πόρων, αλλά μεγιστοποιεί την χρονική διάρκεια του έργου!
 - Αντίθετα φαινόμενα έχουμε σε παράλληλη αντιμετώπιση.
 - Στα έργα πληροφορικής υπάρχει πάντα περιορισμός πόρων.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1 ΔΙΚΤΥΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

2 ΧΡΟΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ



3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

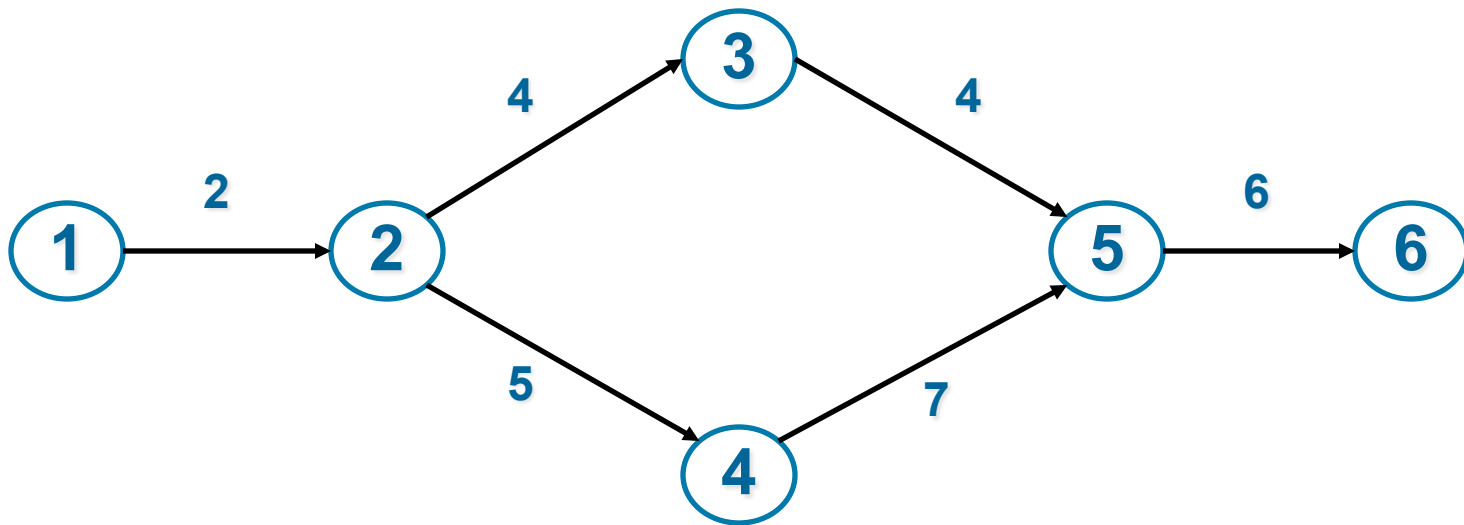
Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Δίνεται ο ακόλουθος Πίνακας Δραστηριοτήτων και ζητείται να επιλυθεί το δίκτυο (συνολική διάρκεια, κρίσιμη διαδρομή, περιθώρια)

Δραστηριότητες	Διάρκεια
(1,2)	2
(2,3)	4
(2,4)	5
(3,5)	4
(4,5)	7
(5,6)	6

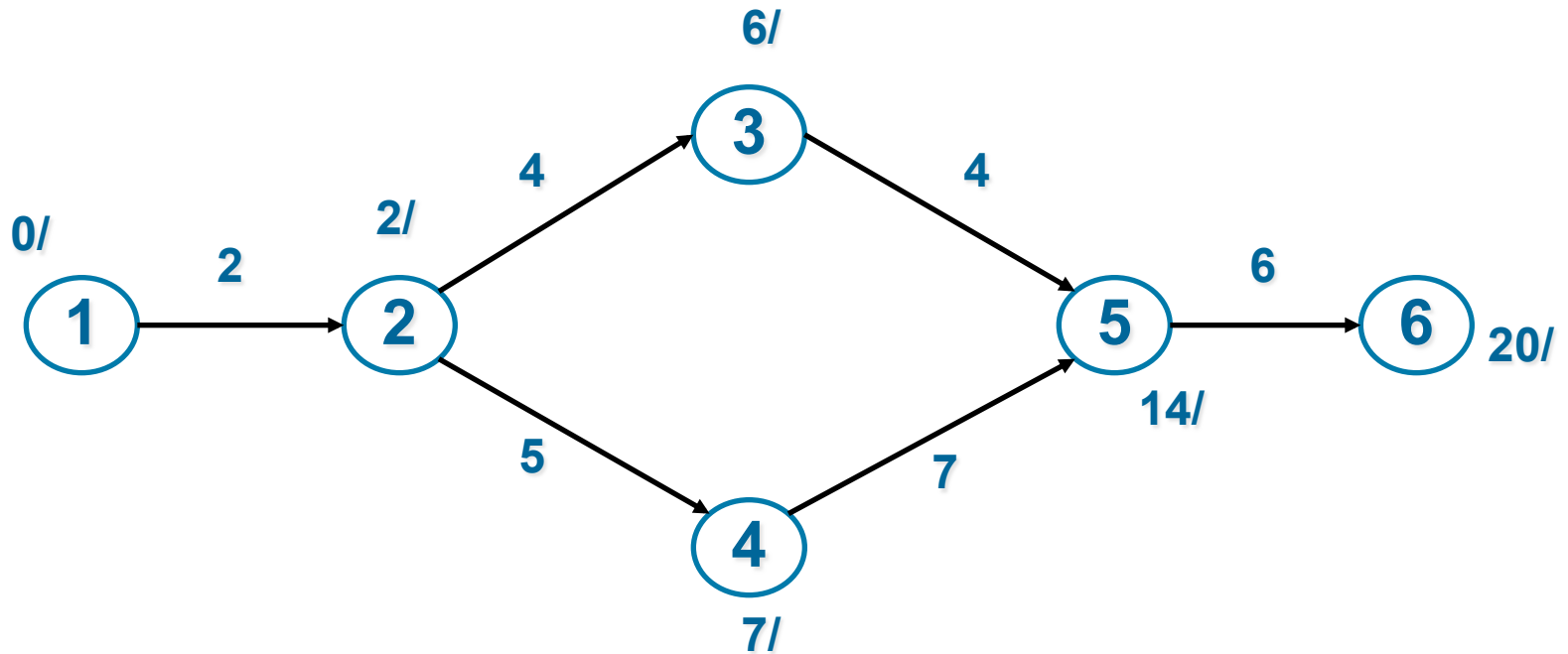
Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Κατασκευάζουμε το Δίκτυο Δραστηριοτήτων



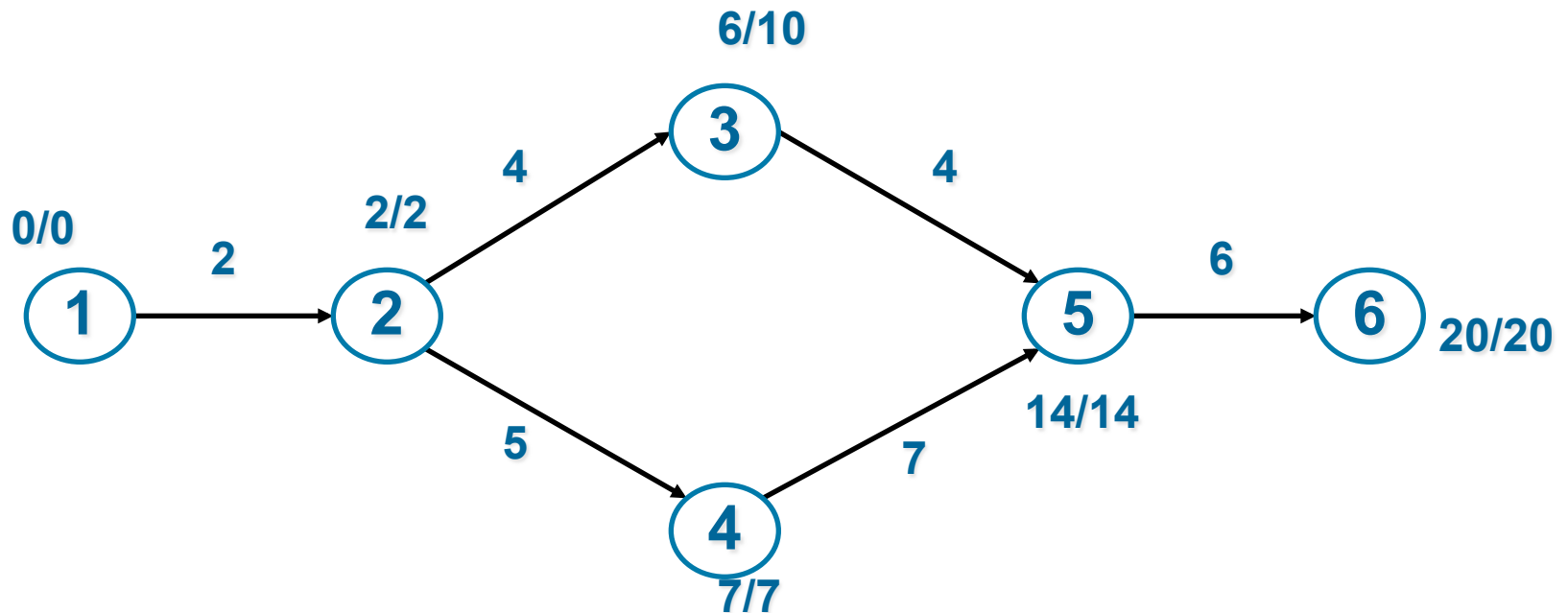
Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Υπολογίζουμε τους νωρίτερους χρόνους



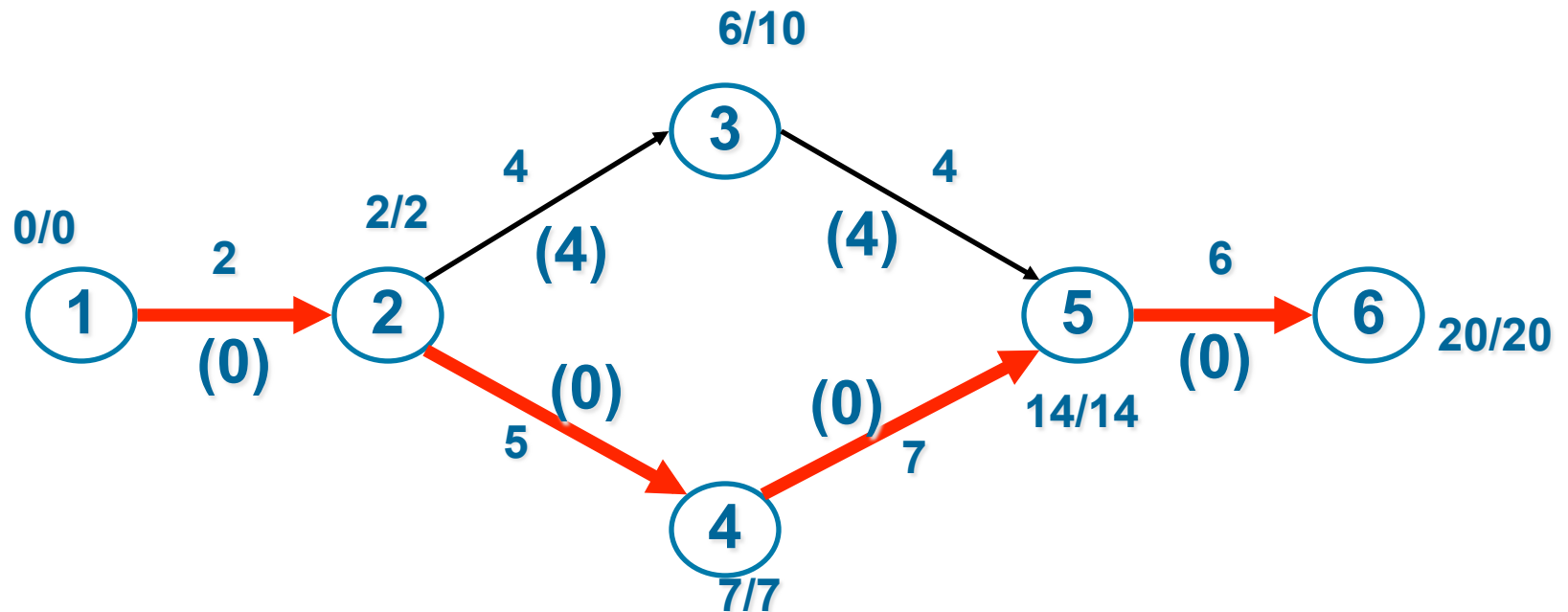
Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Υπολογίζουμε τους βραδύτερους χρόνους



Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Υπολογίζουμε το Συνολικό Περιθώριο κάθε Δραστηριότητας (TF)



Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (PERT)

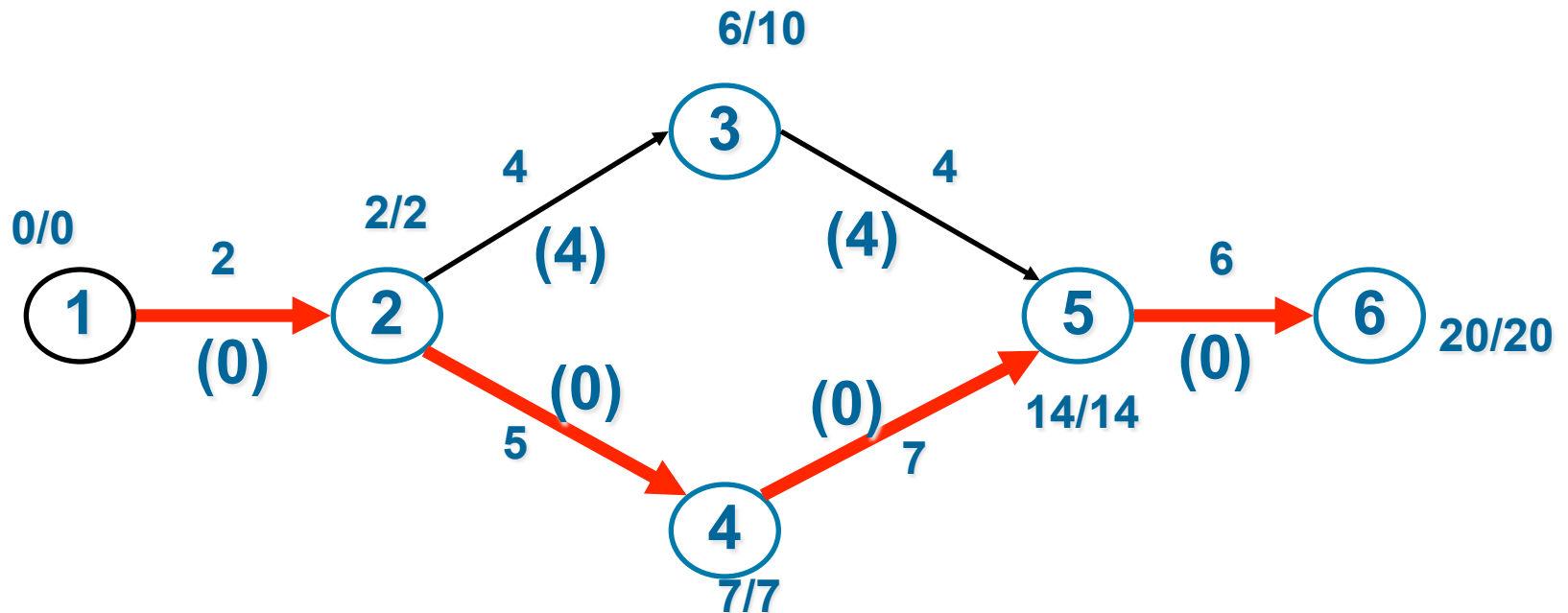
Δραστηριότητες	α	M	β
(1,2)	1	2	3
(2,3)	1	4	7
(2,4)	3	4	11
(3,5)	3,5	4	4,5
(4,5)	5	6	13
(5,6)	2	6,5	8

Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (PERT)

- Βρίσκουμε τις αναμενόμενες τιμές της χρονικής διάρκειας των δραστηριοτήτων, με χρήση του τύπου:
 $E = 1/3[2M + (\alpha + \beta)/2]$
- $E_{12} = 1/3 [4 + 2] = 2$
- $E_{23} = 1/3 [8 + 4] = 4$
- $E_{24} = 1/3 [8 + 7] = 5$
- $E_{35} = 1/3 [8 + 4] = 4$
- $E_{45} = 1/3 [12 + 9] = 7$
- $E_{56} = 1/3 [13 + 5] = 6$

Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (PERT)

- Υπολογίζουμε το Συνολικό Περιθώριο κάθε Δραστηριότητας (TF)



Παράδειγμα 1 τοξωτού δικτύου (PERT)

- Για να βρούμε την πιθανότητα το έργο να πραγματοποιηθεί είτε σε 19 είτε σε 21 μέρες, χρησιμοποιούμε τη σχέση $z = (T_x - T) / \sigma_T$, όπου T_x ο επιθυμητός χρόνος πέρατος, δηλαδή $T_x = 19$, ή $T_x = 21$
- Είναι ακόμη: $\sigma_T = \sqrt{\sigma_{e1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6}^2}$, $T = E(T) = 20$,
- $\Sigma T_{12} = (\beta - \alpha) / 6 = (3 - 1) / 6 = 1/3$
- $\Sigma T_{24} = (11 - 3) / 6 = 4/3$
- $\Sigma T_{45} = (13 - 5) / 6 = 4/3$
- $\Sigma T_{56} = (8 - 2) / 6 = 1$

- Άρα: $\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{16}{9} + \frac{16}{9} + \frac{9}{9}} = \frac{\sqrt{42}}{3} \approx 2,16$

- Επομένως για 19 μέρες: $z = (19 - 20) / 2,16 = -0,46$
- Και είναι: $P(T_x \leq 19) = P[(T_x - E(T)) / \sigma_T \leq (19 - E(T)) / \sigma_T] = P(z \leq -0,46) =$
- Από τον πίνακα κανονικής κατανομής βρίσκουμε $\Phi(-0,46) = 0,3228$
- Άρα, $P(T_x \leq 19) = 0,3228$

- Ομοίως εργαζόμαστε για $T_x = 21$ μέρες, $z = 0,46$, $\Phi = 0,67$



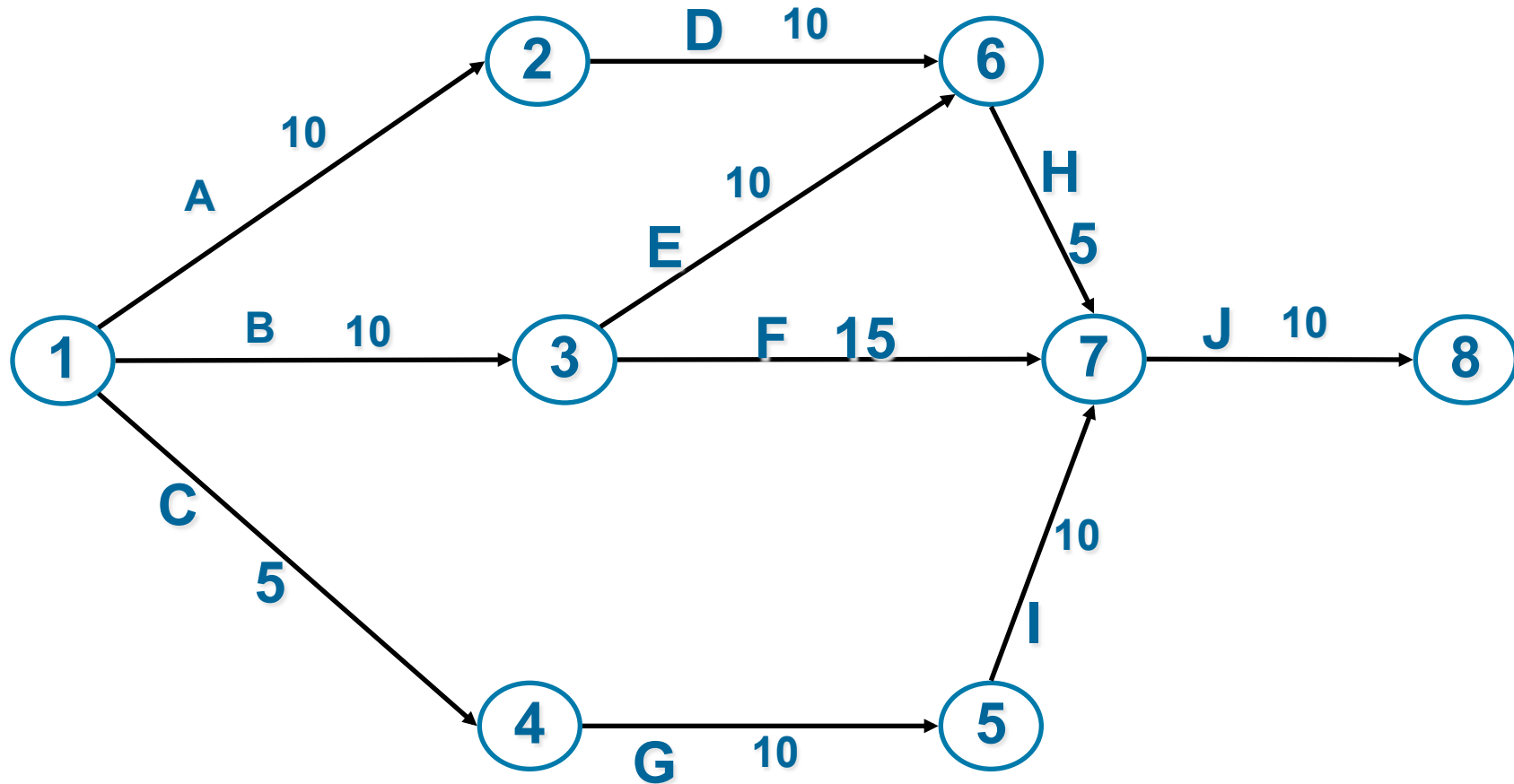
Παράδειγμα 2 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Δίνεται ο Πίνακας Δραστηριοτήτων και ζητείται να επιλυθεί το δίκτυο (συνολική διάρκεια, κρίσιμη διαδρομή, περιθώρια)

Δραστηριότητα	Προηγούμενη	Διάρκεια
A	-	10
B	-	10
C	-	5
D	A	10
E	B	10
F	B	15
G	C	10
H	D, E	5
I	G	10
J	F, H, I	10

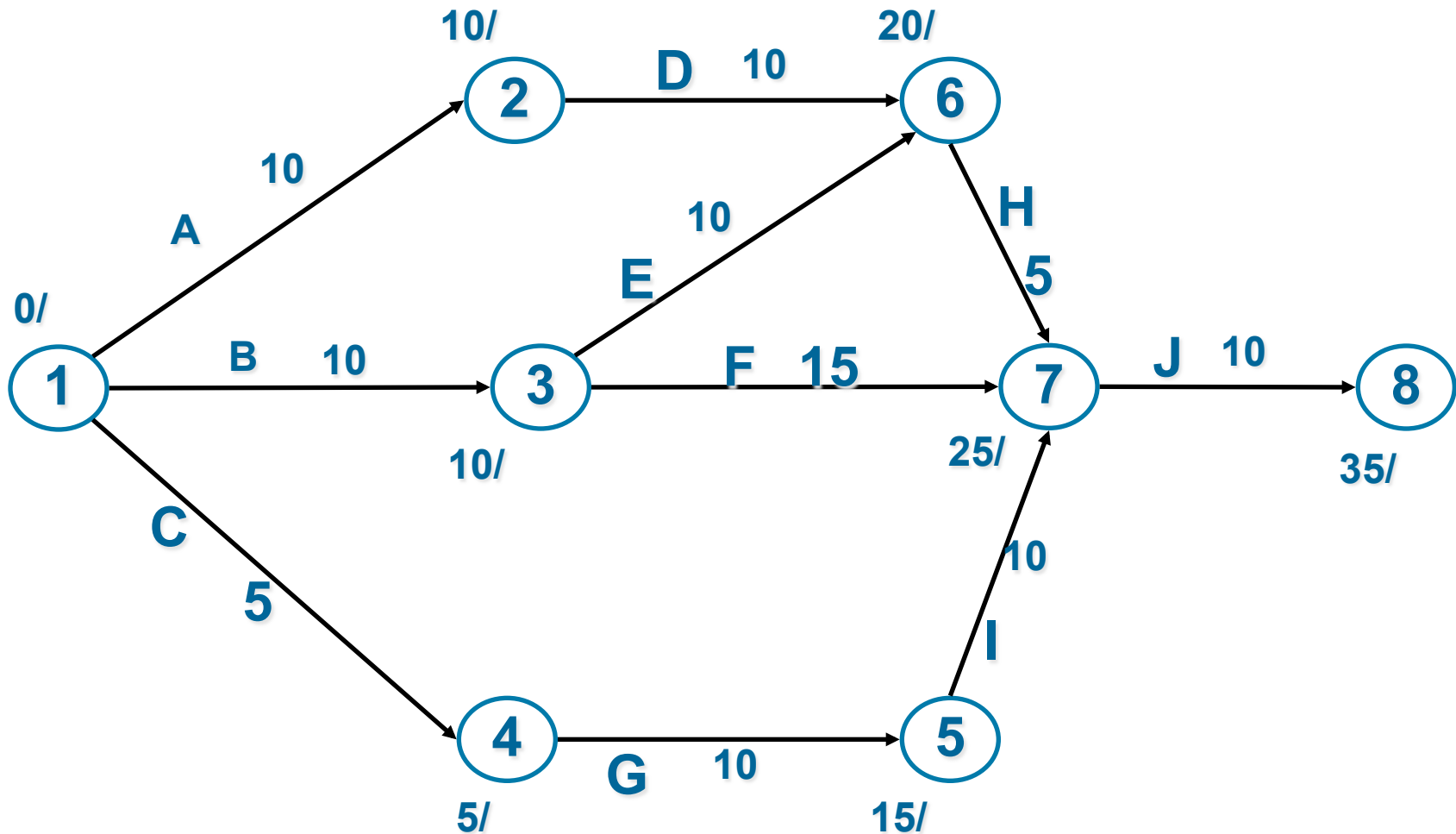
Παράδειγμα 2 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Κατασκευάζουμε το Δίκτυο Δραστηριοτήτων



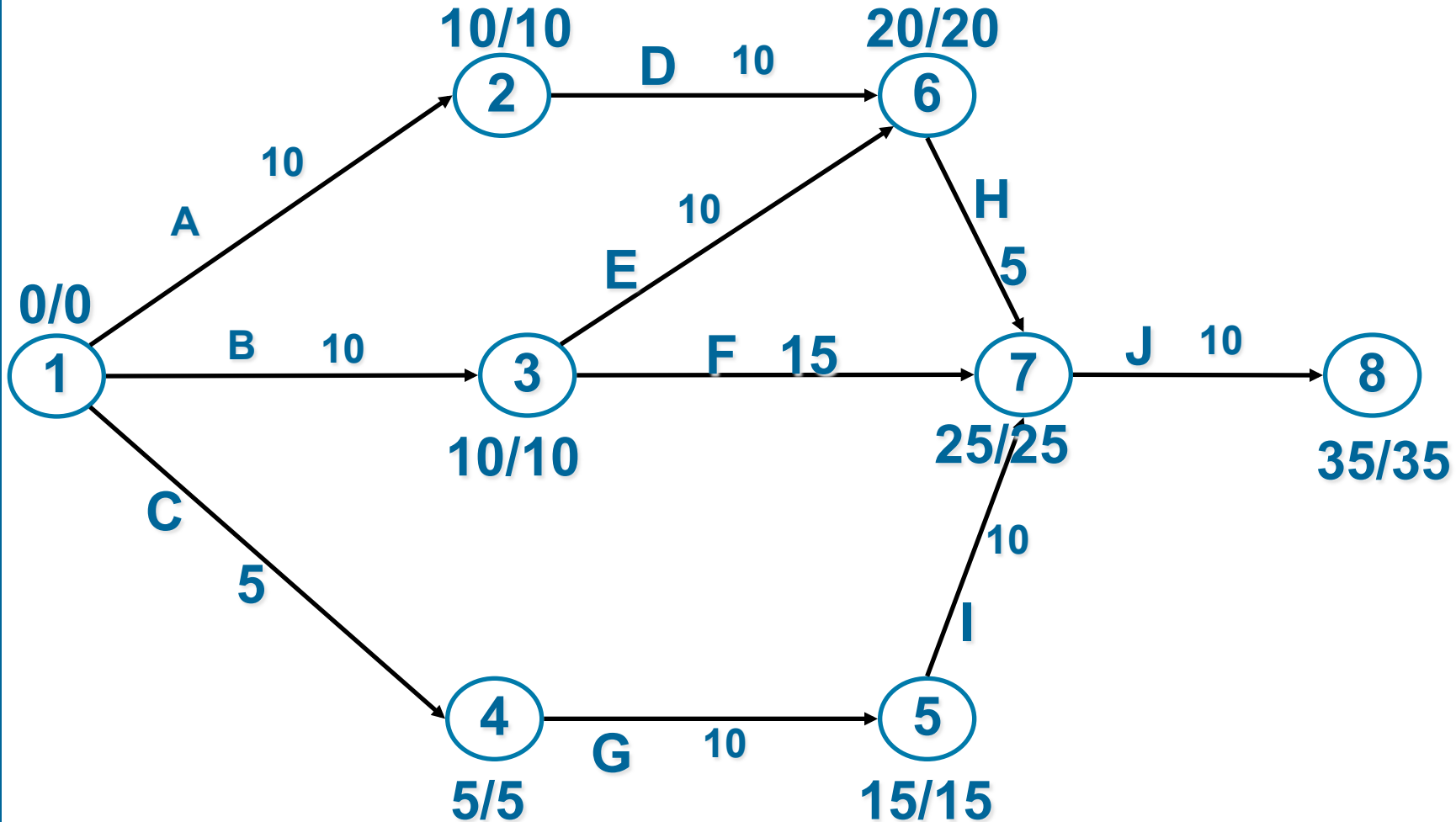
Παράδειγμα 2 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Υπολογίζουμε τους νωρίτερους χρόνους



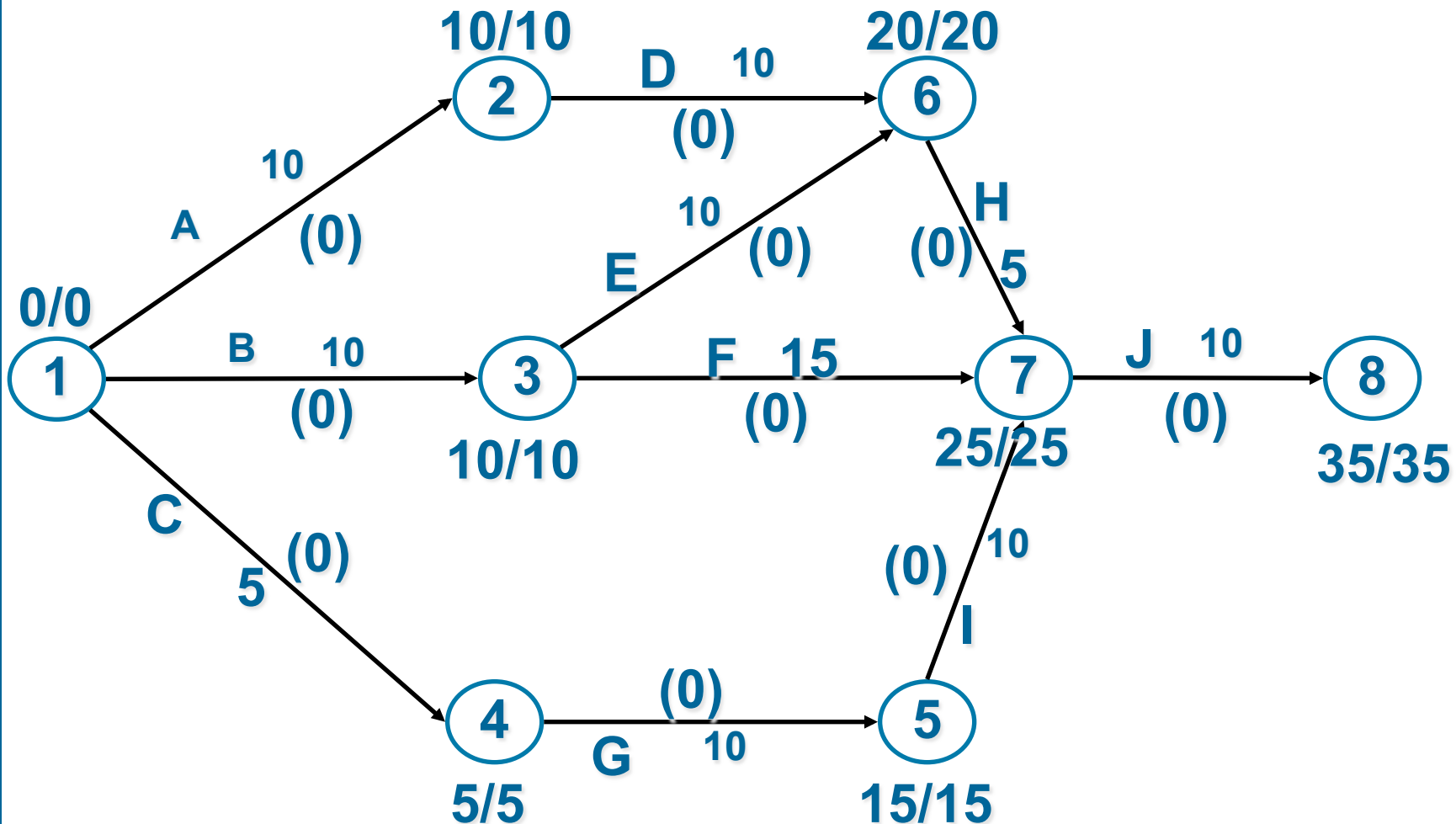
Παράδειγμα 2 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Υπολογίζουμε τους βραδύτερους χρόνους



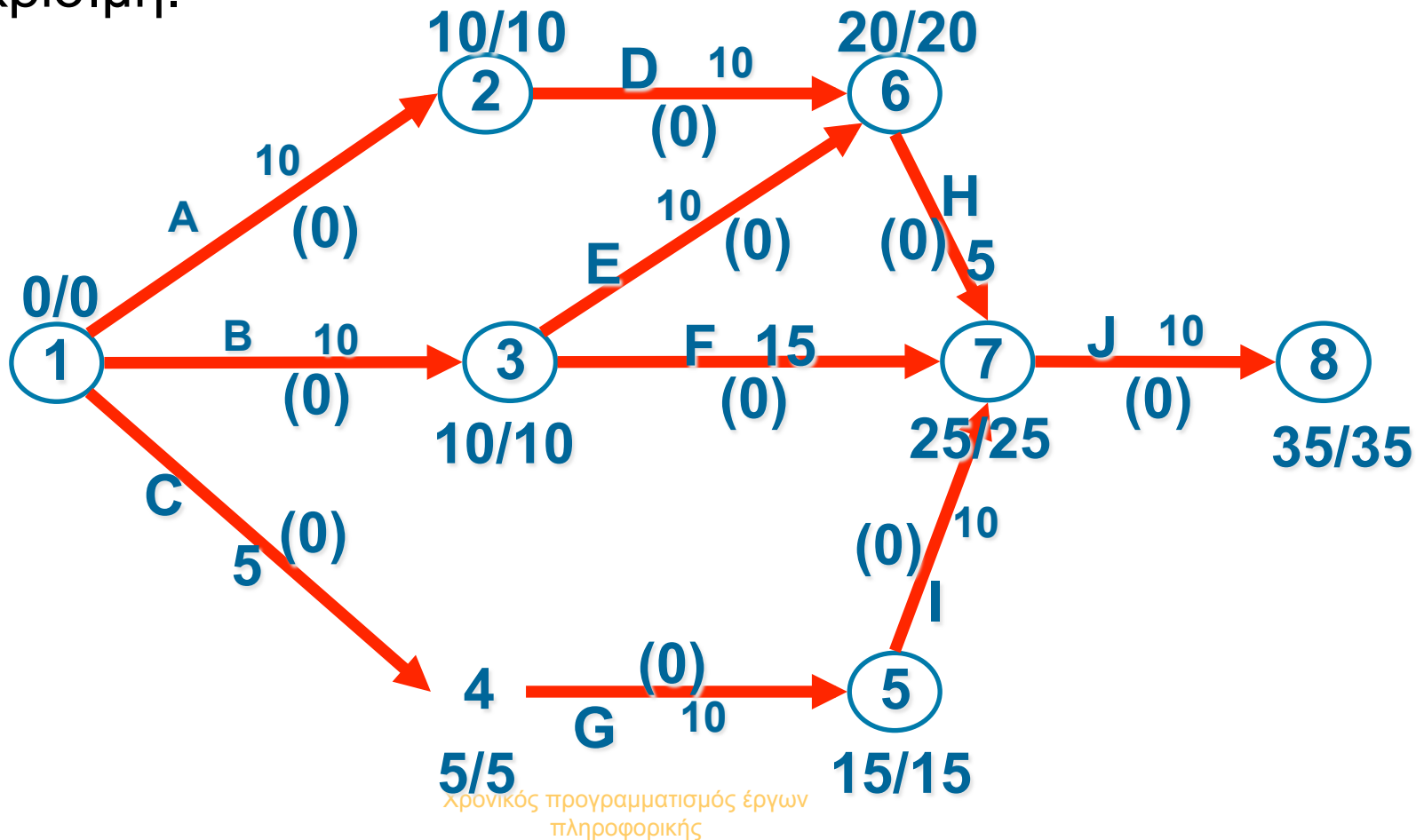
Παράδειγμα 2 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Υπολογίζουμε το Συνολικό Περιθώριο κάθε Δραστηριότητας (TF)



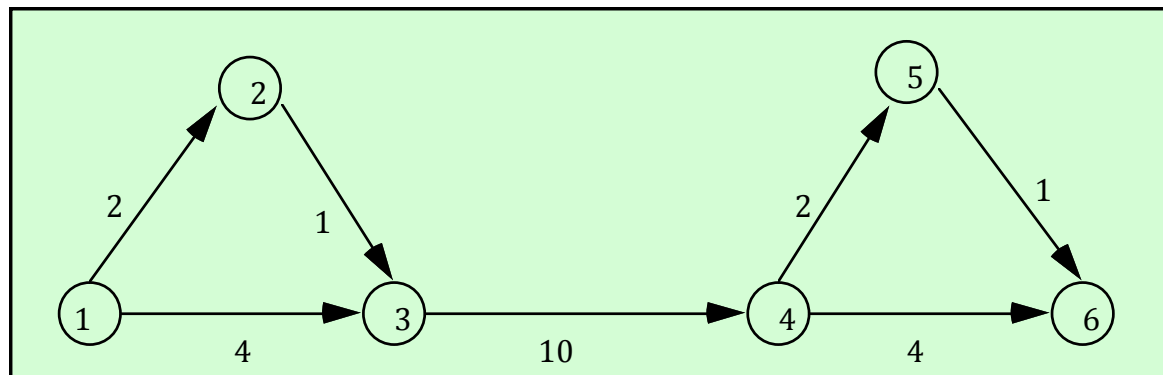
Παράδειγμα 2 τοξωτού δικτύου (CPM)

- Επειδή $TF_{ij} = 0$, όλες οι δραστηριότητες είναι κρίσιμες, άρα και οποιαδήποτε διαδρομή θα είναι κρίσιμη.



Άσκηση

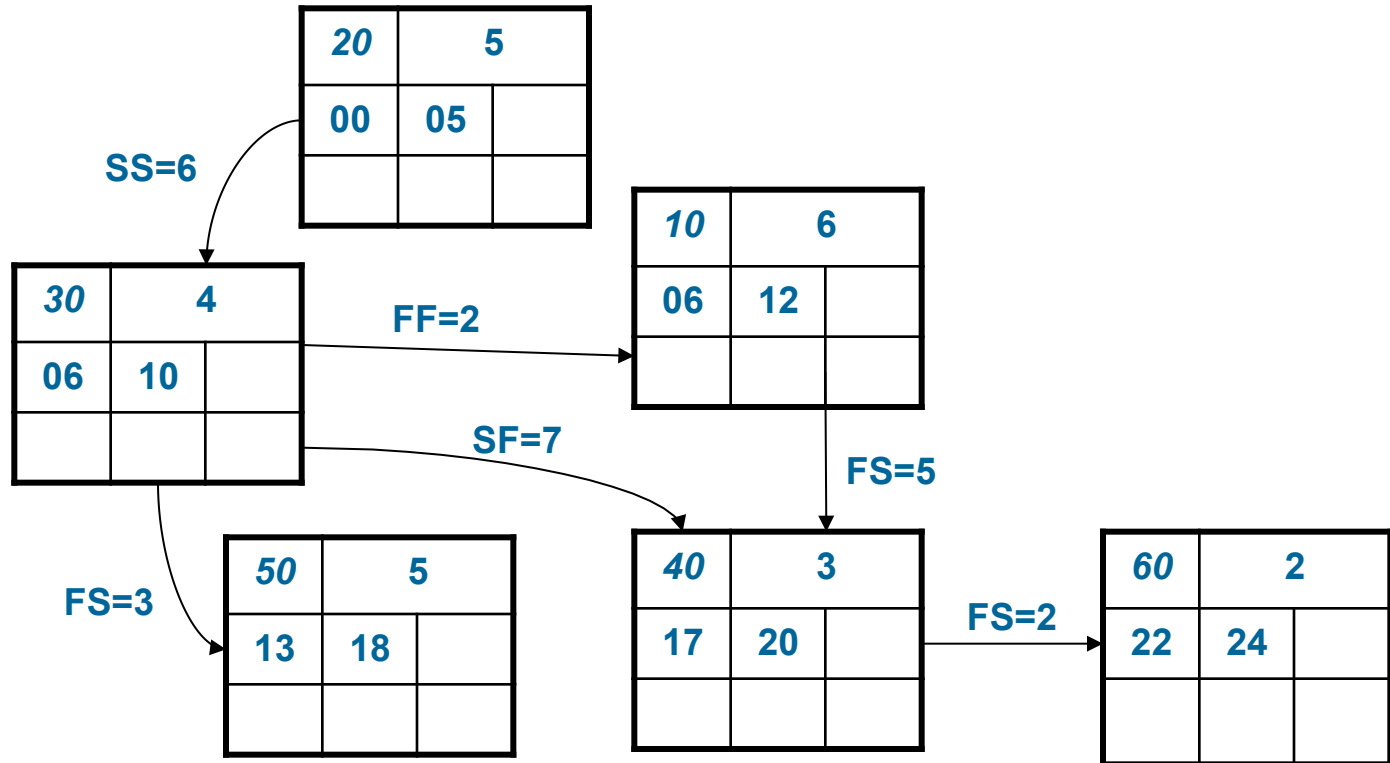
- Αφού σχεδιάστηκε το παρακάτω δίκτυο δραστηριοτήτων για ένα έργο, το τμήμα προγραμματισμού διαπίστωσε ότι χρειάζεται μια επιπλέον δραστηριότητα: αυτή που συνδέει τα γεγονότα 2 και 5.
- Η δραστηριότητα (2,5) θα είναι κρίσιμη μόνο εάν η διάρκειά της είναι ίση με μια συγκεκριμένη τιμή. Ποια είναι αυτή η τιμή;
- Τι επιπτώσεις υπάρχουν στη κρισιμότητα ή μη της δραστηριότητας (2,5) εάν η διάρκειά της είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από αυτήν τη τιμή;



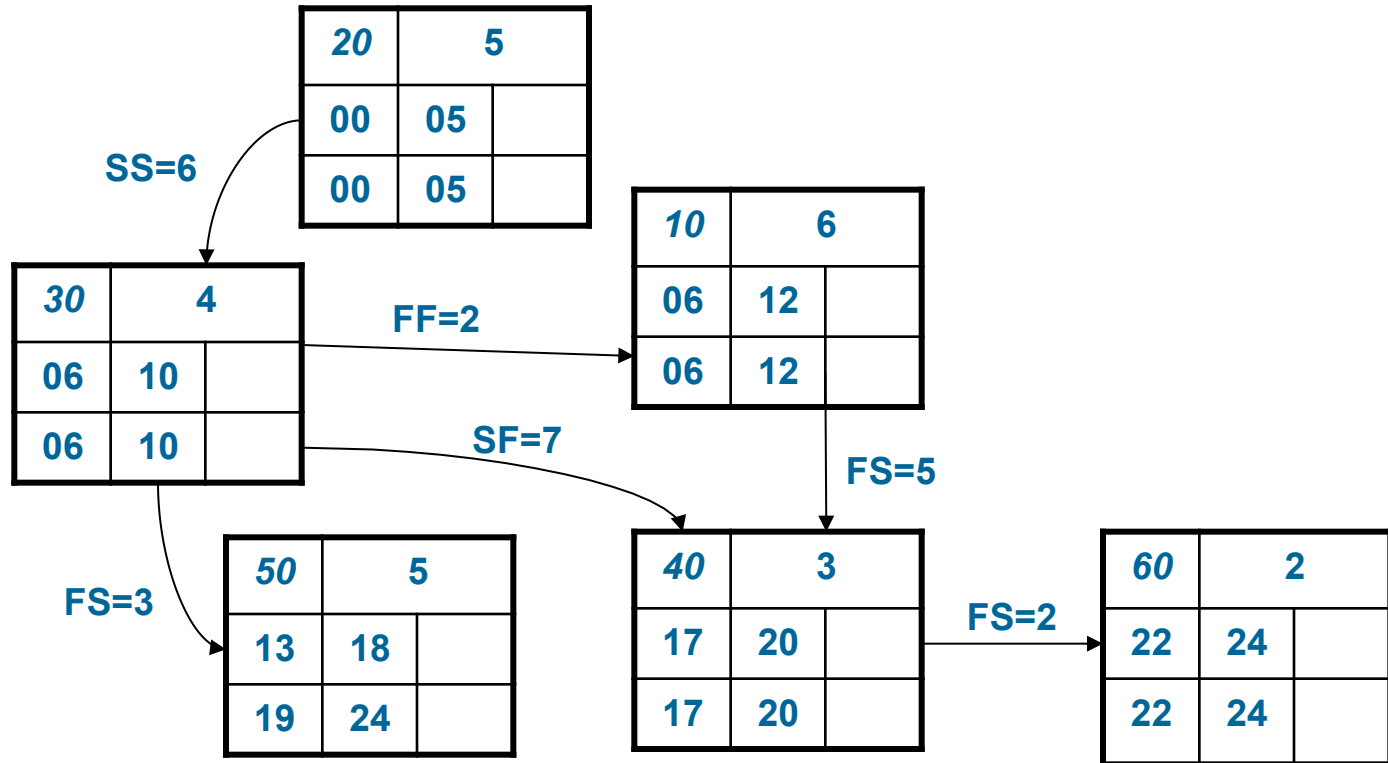
Παράδειγμα κομβικού δικτύου (CPM)

Δραστηριότητες	Διάρκεια (μήνες)	Σχέσεις εξάρτησης
10	6	Τέλος 2 μήνες μετά το τέλος της 30
20	5	Έναρξη Έργου
30	4	Αρχή 6 μήνες μετά την αρχή της 20
40	3	Αρχή 5 μήνες μετά το τέλος της 10 και τέλος 7 μήνες μετά την αρχή της 30
50	5	Αρχή 3 μήνες μετά το τέλος της 30
60	2	Αρχή 2 μήνες μετά το τέλος της 40

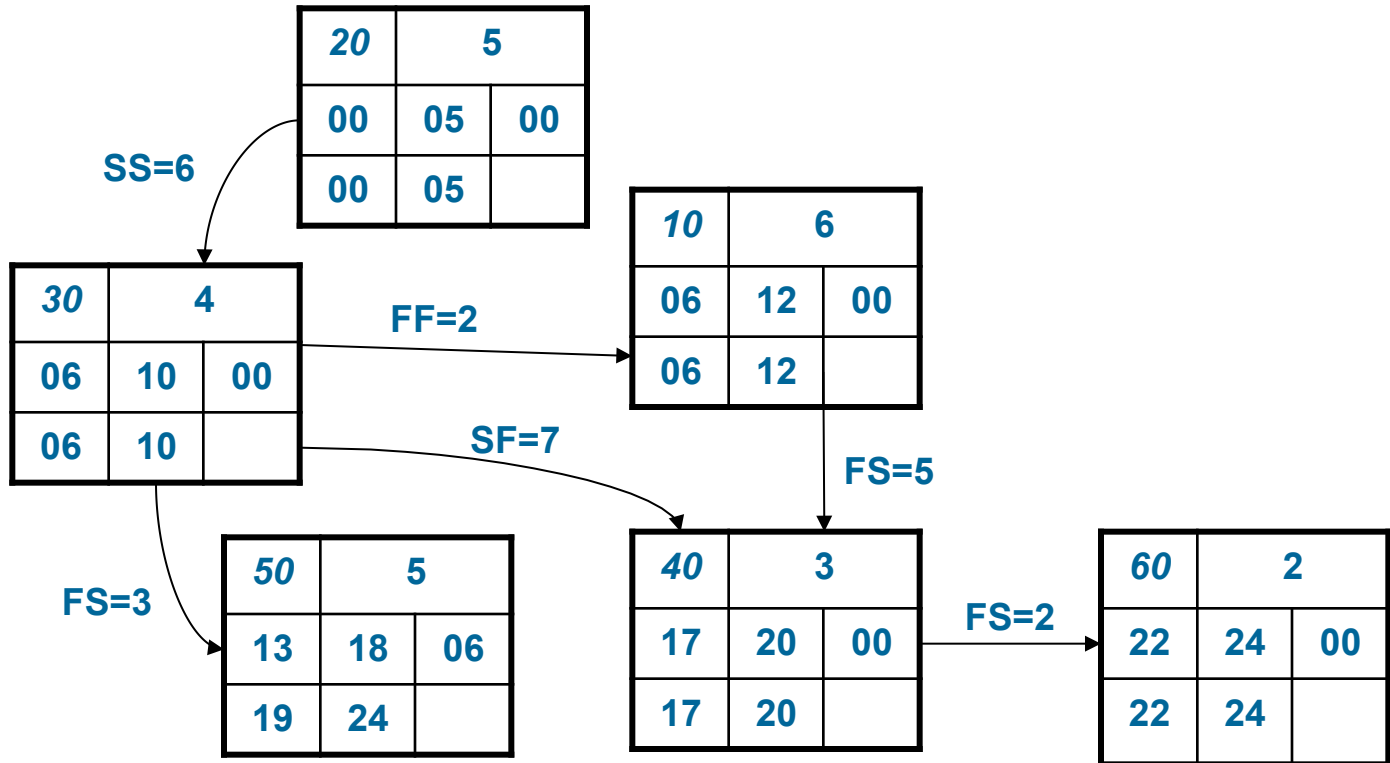
Παράδειγμα κομβικού δικτύου (CPM)



Παράδειγμα κομβικού δικτύου (CPM)

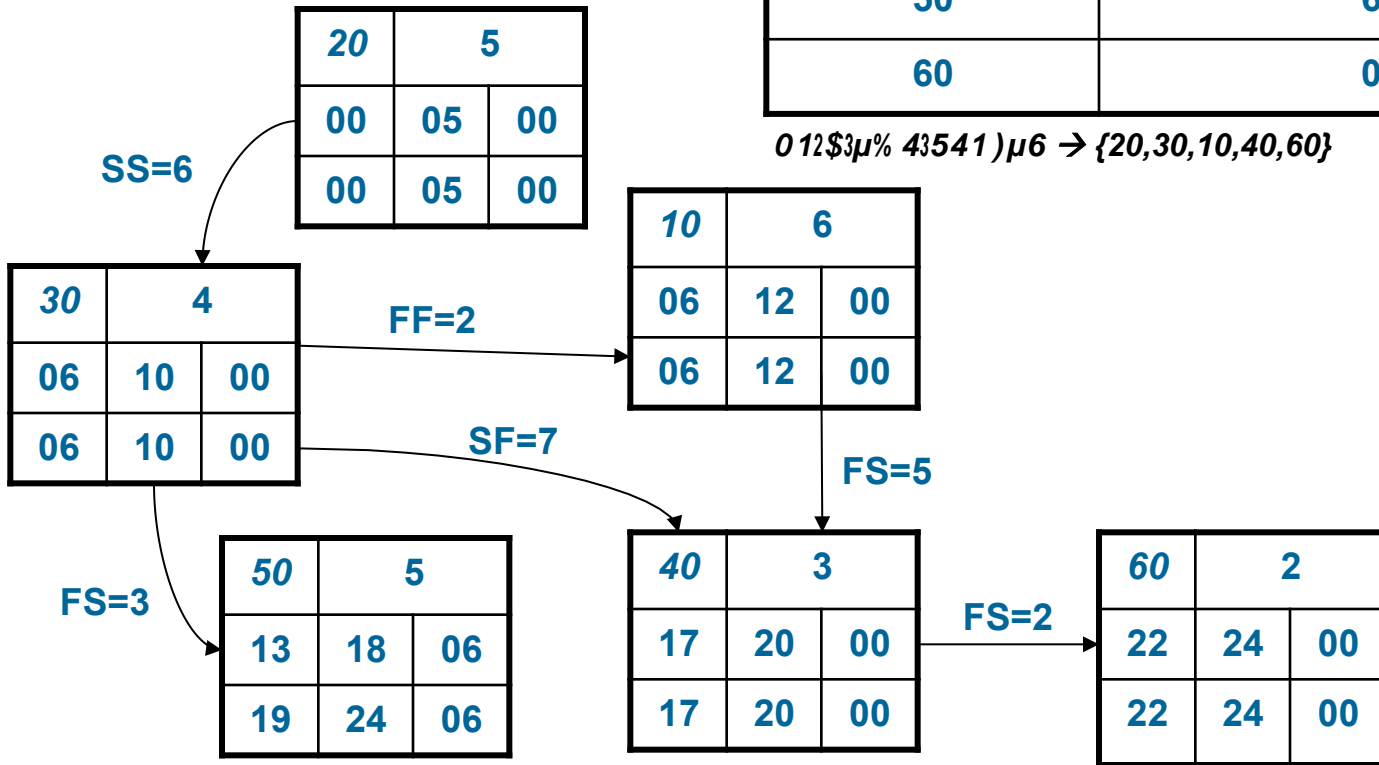


Παράδειγμα κομβικού δικτύου (CPM)



Δραστηριότητα	FF
10	$17-12-5 = 0$
20	$6-0-6 = 0$
30	$10 \rightarrow 6-10-2+6=0$ $40 \rightarrow 17-10-7+3=3$ $50 \rightarrow 13-10-3 = 0 \rightarrow \min=0$
40	$22-20-2 = 0$
50	6
60	0

$012\% \mu 43541) \mu 6 \rightarrow \{20,30,10,40,60\}$



Ερωτήσεις;

