

ΠΜΣ Πληροφορική

Γραμμικός Προγραμματισμός

Διδάσκων: Καθηγητής Δημήτρης Δεσπότης

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Επιχειρησιακή Έρευνα (ΕΕ, Operations Research ή Operational Research) είναι ένα ευρύ επιστημονικό πεδίο, το οποίο παρέχει το μεθοδολογικό πλαίσιο για την επίλυση προβλημάτων διοίκησης στο χώρο των επιχειρήσεων και των οργανισμών. Συνιστά την επιστημονική προσέγγιση στη λήψη διοικητικών αποφάσεων, που σκοπό έχουν την αποτελεσματική χρησιμοποίηση των οικονομικών πόρων μια επιχείρησης ή ενός οργανισμού (κεφάλαιο, τεχνολογία, ανθρώπινο δυναμικό, πληροφορία) σύμφωνα με προκαθορισμένους στόχους. Η παραγωγή, οι μεταφορές, η τραπεζική, η εκπαίδευση, η υγεία, η διαχείριση του περιβάλλοντος είναι μερικές μόνο από τις περιοχές όπου οι μέθοδοι της Επιχειρησιακής Έρευνας βρίσκουν πληθώρα εφαρμογών.

Αν και κάποιες από τις μεθόδους και τεχνικές της ΕΕ εδραιώθηκαν στις αρχές του περασμένου αιώνα, είναι γενικά παραδεκτό ότι η ιστορία ΕΕ ως επιστημονικού πεδίου ξεκινά στη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου, με την καθιέρωση επιστημονικών ερευνών για τις ανάγκες στρατιωτικών επιχειρήσεων (military operations research) στην Αγγλία και τις ΗΠΑ. Η ραγδαία βιομηχανική ανάπτυξη που ακολούθησε το τέλος του πολέμου και τα πολύπλοκα προβλήματα διοίκησης της παραγωγής και γενικότερα των επιχειρηματικών δραστηριοτήτων που αναδείχθηκαν οδήγησαν στην ανάπτυξη και εξέλιξη της ΕΕ, η οποία αποτέλεσε σύντομα ένα αυτόνομο επιστημονικό κλάδο. Πολλά από τα μοντέλα που αρχικά αναπτύχθηκαν για τις ανάγκες των στρατιωτικών επιχειρήσεων βρήκαν εφαρμογή και καθιερώθηκαν ως εργαλεία επίλυσης προβλημάτων στο χώρο της βιομηχανίας και των επιχειρήσεων. Η ανάπτυξη παράλληλα της τεχνολογίας των υπολογιστών συνετέλεσε αποφασιστικά στην αποτελεσματική εφαρμογή των τεχνικών της ΕΕ και στην διάδοσή της σε πολλούς κλάδους της οικονομίας και της τεχνολογίας.

Έννοια σύμφυτη με την ΕΕ είναι η μοντελοποίηση του υπό μελέτη προβλήματος ή συστήματος γενικότερα. Η επιστημονική προσέγγιση στη μελέτη ενός προβλήματος είναι η χρήση του κατάλληλου για την κάθε περίπτωση μοντέλου του. Το μοντέλο ενός προβλήματος είναι μια απλοποιημένη-αφαιρετική αναπαράσταση της πραγματικότητας. Κατά τη μοντελοποίηση δεν είναι δυνατόν ούτε επιδιώκεται η ακριβής περιγραφή κάθε πτυχής του πραγματικού προβλήματος. Η πραγματικότητα είναι συνήθως πολύ πολύπλοκη για να μπορεί αποτυπωθεί πλήρως σε ένα μοντέλο. Άλλωστε, μεγάλο μέρος της πολυπλοκότητας δεν έχει σχέση με το προς μελέτη πρόβλημα και την επίλυσή του. Κατά τη μοντελοποίηση επιδιώκεται μια εξισορρόπηση μεταξύ της απλούστευσης του μοντέλου και της ακριβούς αναπαράστασης της πραγματικότητας. Ανάλογα με τον βαθμό αφαίρεσης, τα μοντέλα κατατάσσονται σε τρεις βασικές κατηγορίες: τα εικονικά (υπό κλίμακα) μοντέλα που συνιστούν μια φυσική αναπαράσταση του υπό μελέτη συστήματος (μοντέλο αεροσκάφους, αυτοκινήτου, γέφυρας κ.λπ.), τα αναλογικά, τα οποία συμπεριφέρονται όπως το πραγματικό σύστημα αλλά δεν μοιάζουν με αυτό (συμβολική αναπαράσταση του συστήματος, π.χ. οργανογράμματα, χάρτες, πίνακες χρηματιστηριακών αγορών) και τα μαθηματικά μοντέλα, στα οποία οι σχέσεις μεταξύ των πραγματικών χαρακτηριστικών και γενικότερα η πολυπλοκότητα του συστήματος αναπαριστώνται με μαθηματικές σχέσεις μεταξύ μαθηματικών στοιχείων (μεταβλητών και παραμέτρων). Η μαθηματική μοντελοποίηση αποτελεί τον πυρήνα της ΕΕ.

Ένα μαθηματικό μοντέλο προσδιορίζεται από ένα σύνολο μεταβλητών απόφασης (decision variables), ένα σύνολο παραμέτρων, ένα σύνολο μεταβλητών αποτελέσματος και ένα σύνολο μαθηματικών σχέσεων που συνδέουν τις παραπάνω μεταβλητές και παραμέτρους. Οι μεταβλητές αποτελέσματος είναι εξαρτημένες μεταβλητές και αναπαριστούν το επίπεδο απόδοσης του συστήματος. Οι μεταβλητές απόφασης περιγράφουν εναλλακτικά προγράμματα ενεργειών (λύσεις) και αποτελούν την ποσοτική έκφραση της απόφασης που πρέπει να ληφθεί. Οι παράμετροι εκφράζουν παράγοντες που επηρεάζουν τις μεταβλητές αποτελεσμάτων, ξεφεύγουν ωστόσο από τον έλεγχο του αναλυτή. Γενικά οι παράμετροι εκφράζουν στοιχεία του περιβάλλοντος του συστήματος. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός, που αποτελεί το αντικείμενο του ομώνυμου μαθήματος, είναι ένα στέρεο θεωρητικό οικοδόμημα που αποτελεί το πλέον διαδεδομένο μαθηματικό εργαλείο της ΕΕ. Η μαθηματική διατύπωση και θεμελίωση του γενικού προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, καθώς και η μέθοδος simplex που το επιλύει, οφείλονται στον G.B. Dantzig (1947). Έκτοτε έχει δημοσιευθεί μεγάλος αριθμός βιβλίων και ερευνητικών εργασιών για το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού, τόσο σε θεωρητικό επίπεδο όσο και σε επίπεδο εφαρμογών, ενώ ο αλγόριθμος simplex και μεταγενέστερες παραλλαγές του έχουν υλοποιηθεί σε μεγάλο αριθμό εφαρμογών λογισμικού ΗΥ.

ΔΙΔΑΣΚΟΜΕΝΗ ΥΛΗ

Το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού

Μαθηματική διατύπωση του γραμμικού προγράμματος.
Κανονική μορφή γραμμικού προγράμματος.
Τυπική μορφή γραμμικού προγράμματος.
Οι υποθέσεις του γραμμικού προγραμματισμού.
Μοντελοποίηση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.
Γραμμικά προγράμματα με δύο μεταβλητές - Γραφική επίλυση

Η μέθοδος simplex

Βασικοί ορισμοί και ιδιότητες.
Γραφική απεικόνιση των βασικών λύσεων.
Ο αλγόριθμος Simplex.
Εκκίνηση της μεθόδου simplex.
Συμπληρωματικές υπολογιστικές τεχνικές.

Δυϊκότητα

Δυϊκά γραμμικά προγράμματα.
Βέλτιστη λύση του δυϊκού.
Οικονομική ερμηνεία της δυϊκότητας και η σημασία των δυϊκών τιμών.

Ανάλυση ευαισθησίας

Μεταβολή των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης.
Μεταβολή των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης.
Προσθήκη νέας μεταβλητής.
Προσθήκη νέου περιορισμού.

Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός

Η μέθοδος κλάδου-φράγματος.
Ακέραια προγράμματα με μεταβλητές 0-1.

Το πρόβλημα μεταφοράς

Το κλασικό υπόδειγμα του προβλήματος μεταφοράς.
Βασικοί ορισμοί και ιδιότητες.
Επίλυση του προβλήματος μεταφοράς.
Ειδικές περιπτώσεις.
Το πρόβλημα της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Το πρόβλημα ανάθεσης

Το γενικό υπόδειγμα του προβλήματος ανάθεσης.
Βασικοί ορισμοί και ιδιότητες.
Επίλυση του προβλήματος ανάθεσης: Ο Ουγγρικός αλγόριθμος.
Ειδικές περιπτώσεις.

Άλλα προβλήματα δικτύων

Το πρόβλημα της μέγιστης ροής σε δίκτυο.
Αλγόριθμος μέγιστης ροής.
Το πρόβλημα της συντομότερης διαδρομής σε δίκτυο.

ΤΡΟΠΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

Απαλλακτική ατομική εργασία